

سامانه بانگ تستی

FlowRax

فـ لـ رـ اـ خ

Math

@Flow_KonKour

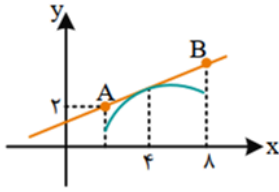


@LoPRax_KonKour



کلیک کن وباماهمراه شو!

در شکل روبه‌رو، نمودار تابع f و خط مماس بر آن در نقطه $x=4$ رسم شده است. اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+2h)-3}{h} = \frac{3}{2}$ باشد، عرض



نقطه B چقدر از طول نقطه A بیشتر است؟

- ۱ (۲)
۲ (۴)
۳ (۳)
۴ (۶)

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{\sqrt{x}-\sqrt{a}} = \frac{3}{2}\sqrt{a}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a)-f(a-2h)}{h}$ کدام است؟

- ۱ (۳)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (-۳)

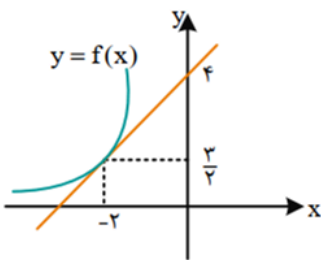
(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

تابع f خطی و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^{-1}(2x)-5}{x-1} = 6$ است. حاصل $(f-f')(2)$ چقدر است؟

- ۱ (۲/۳)
۲ (۱/۳)
۳ (۱/۶)
۴ (۴/۳)

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

اگر خط مماس بر نمودار تابع f در نقطه $x=-2$ به صورت مقابل باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2)-f(-2-h)}{2h}$ کدام است؟



- ۱ (-5/8)
۲ (5/8)
۳ (5/4)
۴ (-5/4)

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

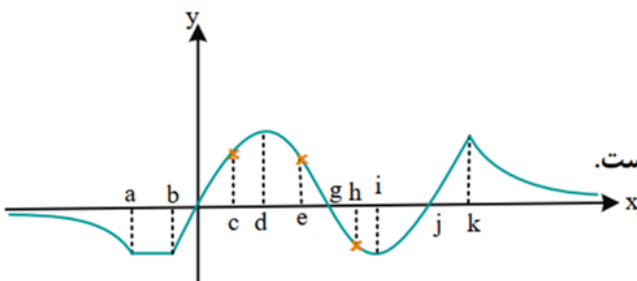
با توجه به نمودار تابع $y=f(x)$ ، چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح هستند؟

الف: در نقاط c و h حاصل $f'(x) \cdot f(x)$ مثبت است.

ب: در بازه (j, k) علامت مشتق تابع f دو بار عوض می‌شود.

پ: در بازه (g, j) مقدار مشتق تابع در حال افزایش است.

ت: در بی‌شمار نقطه از دامنه تابع f ، مقدار مشتق تابع برابر صفر است.



- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶ مقدار مشتق تابع $f(x) = (x-2)(2x-2)(3x-2)\dots(nx-2)$ در نقطه $x=2$ برابر $16! \times 2048$ است. n کدام است؟

- ۱۴ (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴)

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷ اگر $f(x) = x^2[-x] - 4x$ کدام یک درست است؟

- ۱) $f'_+(2) = -16$ و $f'_-(2) = -12$
 ۲) $f'_+(2) = -12$ و $f'_-(2) = -16$
 ۳) $f'_+(2) = -16$ و $f'_-(2)$ وجود ندارد.
 ۴) $f'_+(2)$ وجود ندارد و $f'_-(2) = -12$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸ دو خط افقی بر نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x+1} + \sqrt[3]{x+1}$ مماس اند. فاصله این دو خط از یکدیگر کدام است؟

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹ اگر $f(x) = \begin{cases} ax^3 + \frac{b}{x} & x \geq 2 \\ x^2 - ax + c & x < 2 \end{cases}$ و $f'(2) = 3$ مقدار c کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۴ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴)

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰ اگر $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 3x + 1}$ و $g(x) = \frac{2x^2 + 6x + 2}{x^2 - 3x + 2}$ و $12 + f'(a)g(a) = -f(a)g'(a)$ مقدار a کدام است؟

- ۱) $\pm \frac{1}{2}$ ۲) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳) $1 \pm \sqrt{2}$ ۴) $2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱ مبدأ مختصات برای تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x\sqrt{|x|}}{x - \sqrt{|x|}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ چگونه نقطه‌ای است؟

- ۱) مشتق پذیر ۲) گوشه‌ای ۳) دارای مماس قائم ۴) ناپیوستگی

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲ اگر $f(x) = \frac{2^x \times \sqrt[3]{x} - 2^{x+1}}{x-4}$ باشد، حاصل $f'(4)$ کدام است؟

- ۳۲ (۱) ۳۲ (۲) ۱۶ (۳) $\frac{16}{3}$ (۴)

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳ خط $y = 2x + k$ بر منحنی تابع $f(x) = x^2 - 2x + 2k - 1$ مماس است. عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی تابع f در نقطه $x = -2$ کدام است؟

- ۵ (۱) ۴ (۲) -۵ (۳) -۴ (۴)

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

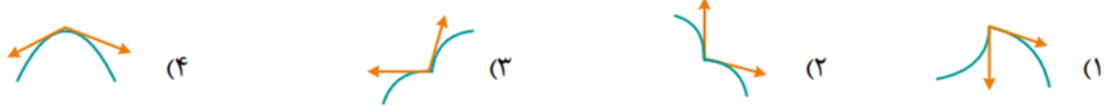
۱۴ اگر $f(x) = (\sqrt{x} - 2) \tan \frac{\pi}{x}$ باشد، مقدار $f'(4)$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

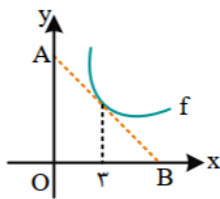
۱۵ برای تابع پیوسته f در نقطه $x=a$ داریم $f'_+(a) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ و $f'_-(a) = -\infty$ ، در این صورت، نمودار تابع f حوالی $x=a$ به کدام

شبيه تر است؟



(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶ مطابق شکل، پاره خط AB بر تابع f مماس است. اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f - f(3+h)}{2h} = 1$ باشد، مساحت مثلث OAB کدام است؟



- ۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) $\frac{49}{2}$
۴) ۴۵

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷ اگر $f(x) = x^2 [x] + 5x$ باشد، حاصل $f'(\sqrt{5}) + f'(\sqrt{6}) + f'(\sqrt{7}) + f'(\sqrt{8})$ کدام است؟

- ۱) ۱۷۶ (۲) ۱۷۸ (۳) ۱۸۲ (۴) ۱۸۴

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = -3$ باشد، شیب خط مماس بر تابع $y = f(\sqrt{2x-7}) - \sqrt[3]{x}$ در $x=8$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{3}{8}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) -3

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۹ خط $y = 2x + b$ بر هر دو سهمی $f(x) = x^2 - 4x + 1$ و $g(x) = -x^2 + x + a$ مماس است. فاصله نقاط تماس از هم کدام است؟

- ۱) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $4\sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{5}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۰ آهنگ تغییرات متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در بازه $[1, b]$ برابر $\frac{1}{9}$ است. در این صورت، $f''(b)$ کدام است؟

- ۱) -2^{-10} (۲) -2^{-12} (۳) -2^{-11} (۴) -2^{-13}

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۱ تابع $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x \geq a \\ -\frac{a}{x}-b & x < a \end{cases}$ در \mathbb{R} مشتق پذیر است. عرض از مبدأ خط مماس بر تابع f در نقطه‌ای به طول $x = -4$ کدام است؟

(۱) -6 (۲) -4 (۳) -3 (۴) -5

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۲ اگر $f(x) = \begin{cases} 4x+1 & x > -1 \\ \frac{1}{\sqrt{x+5}} & x \leq -1 \end{cases}$ مقادیر $f'_+(-1)$ و $f'_-(-1)$ به ترتیب کدام است؟

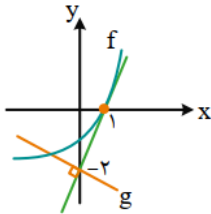
(۱) $-\frac{1}{16}, +\infty$ (۲) $-\frac{1}{16}, -\infty$ (۳) $-\frac{1}{16}, 4$ (۴) $-\infty, 4$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳ اگر $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{x}}{x}$ و $g(x) = \frac{\sqrt{x+3}+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ باشند، حاصل $f'(4)g(4) + g'(4)f(4)$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{32}$ (۲) $-\frac{3}{64}$ (۳) $-\frac{9}{32}$ (۴) $-\frac{9}{64}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)



۲۴ با توجه به شکل مقابل، حاصل $(\frac{f}{g})'(1)$ کدام است؟

(۱) $0/4$ (۲) $-0/4$ (۳) $0/8$ (۴) $-0/8$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۵ آهنگ متوسط تابع $f(x) = ax^2 - 17x + 27$ در فاصله $[\frac{1}{3}, \frac{5}{3}]$ برابر ۳ است. آهنگ لحظه‌ای تابع $g(x) = f(\sqrt{x^2})$ در $x=1$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۶ با فرض $f(x) = \frac{x^2 - \sqrt{x^4}}{1 - \sqrt{x^2}}$ ، حاصل $f'(\frac{1}{8})$ کدام است؟

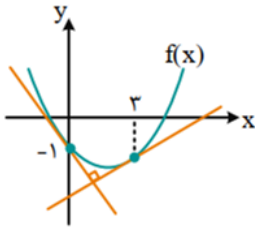
(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۷ اگر $g(x) = f(x^2 - 1)$ و $g'(-1) = 3$ ، آن گاه $g'(2)$ کدام است؟

(۱) ۶

(۲) -۶

(۳) $\frac{8}{3}$ (۴) $-\frac{8}{3}$ 

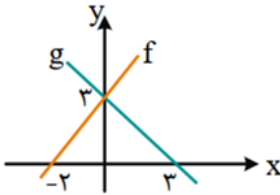
(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۸ دو مماس بر سهمی $f(x) = x^2 + ax + 2$ در نقاط تلاقی سهمی با محور طول‌ها رسم کرده‌ایم. اگر امتداد مماس‌ها بر هم عمود باشند، عرض رأس سهمی چه عددی است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $-\frac{9}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۹ نمودار f و g به صورت شکل مقابل است. مشتق $\frac{g+g^{-1}}{f-f^{-1}}$ در $x=0$ چه عددی است؟

(۱) $-\frac{5}{7}$ (۲) $-\frac{7}{5}$ (۳) $-\frac{3}{5}$ (۴) $-\frac{5}{3}$ 

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۰ کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح هستند؟

الف: مشتق چپ تابع $f(x) = [x](x^2 + x + 1)$ در نقطه $x = 5$ برابر ۴۴ است.

ب: تابع $f(x) = \sqrt[5]{x}$ در نقطه $x = 0$ مماس قائم دارد.

(۱) فقط الف

(۲) فقط ب

(۳) هر دو گزاره الف و ب

(۴) هیچ کدام

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۱ تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 4x - 1 & x \geq 3 \\ \frac{b}{x-2} & x < 3 \end{cases}$ در نقطه $x = 3$ مشتق پذیر است. حاصل $f''(-2)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{64}$ (۲) $\frac{1}{64}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴) $-\frac{1}{16}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۲ تابع $f(x) = -4x^3 + 12x^2 + 9x - 1$ در نقطه $x = \alpha$ بیشترین مقدار آهنگ تغییرات لحظه‌ای را دارد. آهنگ تغییرات متوسط این

تابع در بازه $[\alpha, \alpha + 1]$ کدام است؟

(۱) ۱۷

(۲) ۱۹

(۳) ۲۳

(۴) ۲۵

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۳

بر منحنی تابع $f(x) = \frac{4x}{x+1}$ دو خط مماس که هر دو با جهت مثبت محور x زاویه 45° می‌سازند، رسم می‌کنیم. فاصله این دو خط مماس چقدر است؟

(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۴

اگر $f(x) = \frac{x}{x-1}$ باشد، مشتق تابع $f \circ f \circ f$ در نقطه $x=2$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۵

اگر $f(x) = \frac{3x^2+1}{x^2-2}$ باشد، مقدار مشتق تابع $g(x) = \sqrt{x}f^2\left(\frac{3}{x}\right)$ در نقطه $x=1$ کدام است؟

(۱) $-\frac{614}{49}$ (۲) $-\frac{616}{49}$ (۳) $\frac{200}{7}$ (۴) $\frac{201}{7}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۶

اگر $f(x) = \frac{\sqrt[4]{x^3} \sqrt{x^5}}{3x}$ و $g(x) = \frac{72}{12\sqrt{x^7}}$ باشند، حاصل $f''g + g'f'$ در نقطه $x=1$ کدام است؟

(۱) -۱۴ (۲) ۱۴ (۳) $-\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{7}{3}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۷

اگر $f(x) = \frac{2|x-1| + [-x]}{2x + \sqrt[3]{x-2}}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1-h) - f(1)}{h}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{20}{3}$ (۴) $-\frac{20}{3}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۸

مجموع طول نقاط مشتق‌ناپذیر تابع $y = |2a - |x+a||$ برابر ۶- است. نمودار مشتق تابع $f(x) = \sqrt[3]{ax+1}$ در مجاورت خط مماس قائم آن چگونه است؟



(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۹

خط $y + 4x = a$ در نقطه $x=2$ بر نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + bx + 1}{x-1}$ مماس است. حاصل $a+b$ کدام است؟

(۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۲ (۴) ۲۰

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = x + \frac{1 \cdot a}{x}$ در نقطه $x=2$ برابر نصف آهنگ تغییر متوسط آن، در بازه $[1, 5]$ است. a کدام است؟

۴۰

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 4}{x^2 - 4} = \frac{3}{4}$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2h}{3 - g(2+h)} = \frac{1}{2}$ ، مشتق تابع $\frac{f-g}{g+1}$ در نقطه $x=2$ کدام است؟

۴۱

- (۱) $\frac{11}{4}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{45}{16}$ (۴) $\frac{47}{16}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

نیم‌مماس‌های رسم شده بر نمودار تابع $f(x) = \left(\frac{a}{x} - 1\right)[x] - |x - a|$ در نقطه $x=a$ بر هم عمودند. مقدار $f(1)$ کدام است؟ $(a \in \mathbb{Z})$

۴۲

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) صفر

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

اگر نقطه گوشه برای تابع $f(x) = (x+a)[x]$ بوده و $g(1-2x) = \frac{x^2 + 2ax + 3}{(x+2)\sqrt{3x+1}}$ باشد، $g'(-1)$ کدام است؟

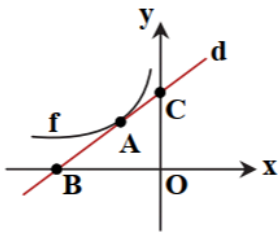
۴۳

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

با توجه به نمودار روبه‌رو، خط d در نقطه A به طول -2 بر تابع f مماس است. اگر $f(-2) = f'(-2) = 3$ ، مساحت مثلث BOC کدام است؟

۴۴



(۱) ۱۴

(۲) ۸/۵

(۳) ۹/۵

(۴) ۱۲

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

اگر f تابعی پیوسته باشد به طوری که $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - 1}{2h + h^2} = 4$ ، مقدار $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x) + f(x) - 2}{x^2 - 9}$ کدام است؟

۴۵

- (۱) $-\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) -۸ (۴) ۴

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

تابع $f(x) = \begin{cases} 2ax + b & ; x < 2 \\ \sqrt{2x} & ; x \geq 2 \end{cases}$ در $x=2$ مشتق‌پذیر است. مقدار b کدام است؟

۴۶

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -۲

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۴۷

عرض از مبدأ خط مماس بر تابع $f(x) = \frac{x+1}{2-x}$ در نقطه‌ای به طول ۳ کدام است؟

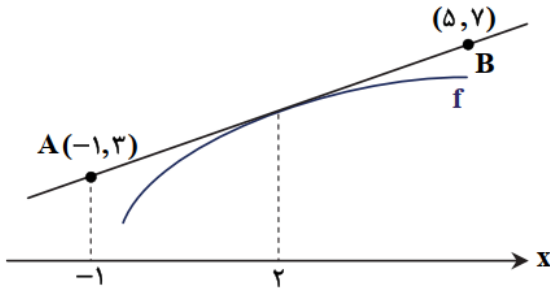
- ۱۰ (۱) -۱۳ (۲) -۷ (۳) ۱۴ (۴)

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۴۸

شکل روبه‌رو نمودار تابع f است که خط AB در نقطه‌ای به طول $x=2$ بر آن مماس شده است. شیب خط مماس بر نمودار $y = \frac{x}{f(x)}$ در

نقطه‌ای به طول ۲ کدام است؟



(۱) $\frac{19}{75}$

(۲) $\frac{15}{19}$

(۳) $\frac{19}{25}$

(۴) $\frac{11}{75}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۴۹

تابع $f(x) = |x^2 + ax + b|$ در نقاطی به طول $x=1$ و $x=a$ مشتق ناپذیر است. مقدار $4a - 2b$ کدام است؟

- ۶ (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) -۱ (۳) $-\frac{2}{5}$ (۴)

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۰

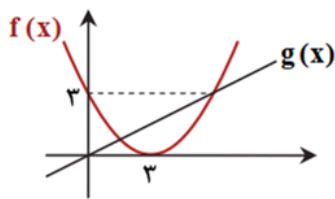
تابع f خطی است و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|f^{-1}(x) + 3}{3x^2 + 2x} = \frac{5}{4}$. مشتق تابع f در $x = \sqrt{5}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{15}$ (۲) $\frac{-4\sqrt{5}}{5}$ (۳) $\frac{15}{4}$ (۴) $\frac{5\sqrt{5}}{4}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۱

نمودار سهمی $y = f(x)$ و تابع خطی $y = g(x)$ مطابق شکل روبه‌رو است. مشتق تابع $y = \frac{xg(x)}{f(x)}$ به‌ازای $x=1$ چه عددی است؟



(۱) $\frac{3}{2}$

(۲) ۳

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{9}{8}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۲

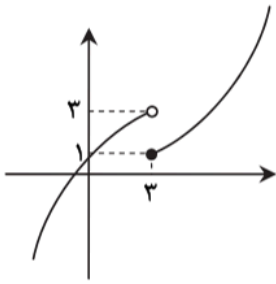
با فرض $f(x) = \frac{(ax+b)[2x]}{x^2-1}$ ، اگر $f'_+(2) - f'_-(2) = -6$ ، مقدار a کدام است؟

- ۱۸ (۱) ۱۲ (۲) -۱۲ (۳) ۲۴ (۴)

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

شکل روبه‌رو نمودار تابع f است. اختلاف مشتق چپ و مشتق راست تابع $g(x) = \frac{[x](3-x)}{f(x)}$ در $x=3$ کدام است؟

۵۳



$$\frac{11}{3} \quad (1)$$

$$\frac{7}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$\frac{7}{2} \quad (4)$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

اگر f یک چندجمله‌ای باشد به طوری که برای هر عدد حقیقی رابطه $f'(x) + f(x) = (x+2)^2$ برقرار باشد، مقدار $f'(4)$ کدام است؟

۵۴

$$8 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$12 \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

تابع $f(x) = \sqrt{2x^2 + 4\sqrt{x} + 1}$ مفروض است. مقدار $f(1)f'(1)$ کدام است؟

۵۵

$$8 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

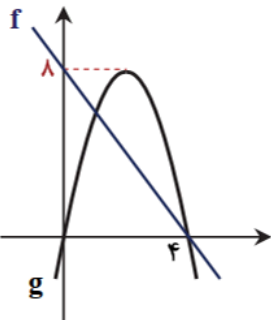
$$3 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

نمودار تابع خطی f و سهمی g ، مطابق شکل روبه‌رو است. مقدار $(fog')'(6)$ کدام است؟

۵۶



$$2 \quad (1)$$

$$4 \quad (2)$$

$$8 \quad (3)$$

$$16 \quad (4)$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

هرگاه $f(x) = ([-2x] - |x|)\sqrt[3]{3x+14}$ ، مشتق چپ تابع در $x = -2$ کدام است؟ []، نماد جزء صحیح است.

۵۷

(۴) موجود نیست.

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

خط $y = b - x$ بر نمودار تابع $f(x) = \frac{-x+a}{2ax+1}$ در نقطه‌ای به طول $x = -1$ مماس است. مقدار b کدام است؟ ($a \neq 0$)

۵۸

$$1 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۵۹ بیشترین مقدار شیب خط مماس بر منحنی $f(x) = -x^3 + bx^2 - 9x - b$ برابر با ۳ است. در نقاطی با کدام طول، خط مماس بر منحنی افقی است؟ ($b > 0$)

- (۱) ۳ و ۱ (۲) -۱ و -۳ (۳) -۱ و ۳ (۴) ۱ و -۳

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۰ اگر $f(x) = \frac{2}{x^3 + |x^3|}$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x+|x|}}$ باشند، مقدار $(f(\sqrt[3]{3})g'(f(\sqrt[3]{3})))'$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{4}$ (۲) $2\sqrt[3]{4}$ (۳) $\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$ (۴) $\sqrt[3]{2}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۱ تابع مشتق پذیر f با دوره تناوب ۳ مفروض است. اگر $f(0) = 3$ ، $f'(0) = 2$ و $g(x) = f^2(x+2) + f(2 \cdot x + 4)$ باشد، مقدار $g'(1)$ کدام است؟

- (۱) ۴۴ (۲) ۵۲ (۳) ۶ (۴) ۱۴

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۲ اگر آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 2x + \sqrt{7-3x}$ در بازه $[1, 2]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در $x = \alpha$ برابر باشد، مقدار α کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{8}$ (۲) $\frac{19}{16}$ (۳) $\frac{19}{12}$ (۴) $\frac{3}{2}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۳ اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+2}}$ و $(g \circ f)'(2) = 4$ ، مقدار $g'(1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{16}{3}$ (۴) $\frac{32}{3}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۴ توابع f و g روی \mathbb{R} مشتق پذیر هستند و $g(6 - \Delta x) = f^3(x^3 - 2x)$ ، اگر $3f(4) = 2f'(4) = 6$ حاصل $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{g(x) - g(-4)}{x + 4}$ کدام است؟

- (۱) ۷۲ (۲) -۷۲ (۳) ۲۴ (۴) -۲۴

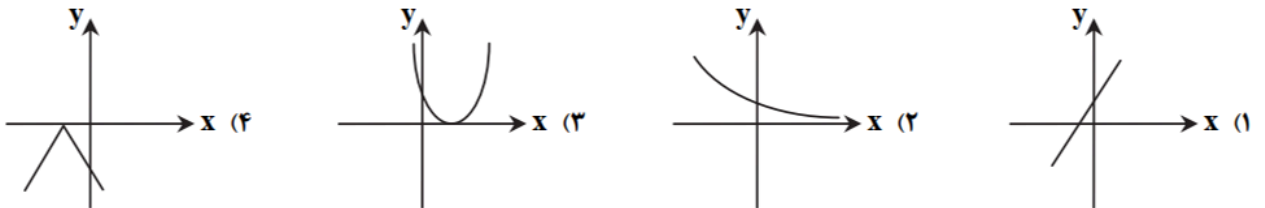
(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۵ آهنگ تغییر متوسط تابع $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ در بازه $[1, \sqrt[3]{3} + 1]$ ، چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x+1}}$ در $x = -2$ است؟

- (۱) $\frac{9\sqrt[3]{3}}{2}$ (۲) $\frac{4\sqrt[3]{3}}{2}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴) $\frac{4}{2}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۶ مقدار تابع f در هیچ نقطه‌ای با مشتق آن برابر نیست. نمودار تابع f کدام گزینه می‌تواند باشد؟



(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۷

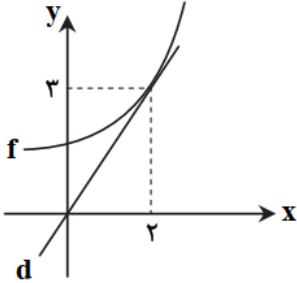
اگر خط $y = 3x - 2$ در نقطه $x = -1$ بر نمودار تابع $y = f(x)$ مماس باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) + 5}{x^2 + 1}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۸

اگر نمودار تابع f به صورت روبه‌رو و خط d بر تابع f در $x = 2$ مماس باشد، آنگاه حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(2+h) - f^2(2)}{h}$ کدام است؟



$$\frac{9}{2} \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$9 \quad (4)$$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۶۹

در تابع $f(x) = \frac{5x+4}{x-1}$ با دامنه $[2, 10]$ ، خط مماس بر نمودار آن، موازی پاره‌خطی است که ابتدا و انتهای منحنی را به هم وصل می‌کند.

این خط مماس محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- ۱۴ (۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴)

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۰

اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x} & x \geq 4 \\ \sqrt{5-x} + b & x < 4 \end{cases}$ روی \mathbb{R} مشتق‌پذیر باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۱

آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \frac{a}{1-x}$ روی بازه $[-5, 0]$ از آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f در نقطه‌ای به طول -2 ، دو واحد بیشتر است.

مقدار a کدام است؟

- ۶ (۱) ۱۸ (۲) ۳۶ (۳) ۷۲ (۴)

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۲

اگر $f(x) = x\sqrt{x} - \frac{\sqrt{x}}{x}$ ، حاصل $f''(1)$ کدام است؟

- ۱ (۱) $-\frac{11}{36}$ ۲ (۲) $-\frac{13}{36}$ ۳ (۳) $-\frac{1}{9}$ ۴ (۴) $-\frac{1}{4}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۳

اگر $f(x + \sqrt{3x+3}) = \sqrt{2x}$ ، مقدار $f'(\delta)$ کدام است؟

- ۲ (۱) $\frac{3}{2}$ ۲ (۲) $\frac{2}{3}$ ۳ (۳) $\frac{1}{3}$ ۴ (۴) ۳

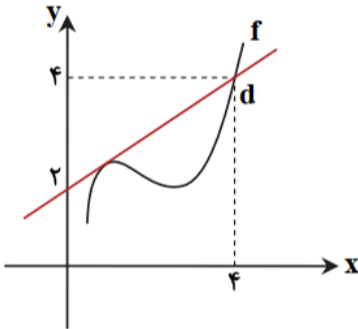
(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۴ اگر $f(x) = |x^2 + 2x| + x[x]$ ، حاصل $f'_+(-2)$ کدام است؟ [] نماد جزء صحیح است.

- (۱) وجود ندارد (۲) صفر (۳) -۴ (۴) ۴

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۵ مطابق شکل، خط d بر تابع f در نقطه‌ای به طول یک مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'''(x) - f'''(1)}{2x^2 - 3x + 1}$ کدام است؟



(۱) $\frac{25}{4}$

(۲) $\frac{75}{4}$

(۳) $\frac{75}{8}$

(۴) $\frac{25}{8}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۶ در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{15-3x}$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - 1}{h}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $-\frac{7}{9}$ (۴) $\frac{11}{9}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۷ تابع $f(x) = x + 3\sqrt{x+1}$ مفروض است. شیب خط مماس بر نمودار تابع $g(x) = (f \circ f)(x)$ در محل برخورد تابع f با محور عرض‌ها، کدام است؟

- (۱) $\frac{21}{4}$ (۲) $1 + \frac{\sqrt{6}}{3}$ (۳) $\frac{35}{8}$ (۴) $2 + \frac{3\sqrt{5}}{5}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۸ اختلاف آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \frac{\sqrt{4x+1}}{(x-1)^2}$ در بازه $[\frac{3}{4}, 2]$ ، با آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در $x=2$ کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) $\frac{140}{3}$ (۳) $\frac{125}{3}$ (۴) ۳۶

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۷۹ نیم‌مماس راست تابع $f(x) = \sqrt{x}|x^2 - 1|$ در $x=1$ ، نیمساز ناحیه اول را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۲

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۰ اگر تابع $f(x) = a - \sqrt[3]{ax+2}$ در $x=-2$ دارای مماس قائم باشد، شیب خط مماس به تابع f ، در $x=-3$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{12}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۱ سیزده برابر آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ در بازه $[2, 4]$ ، با آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $g(x) = f(a) \cdot \sqrt{\frac{x^2+5}{x+3}}$ در $x = -2$ برابر است. مقدار a کدام است؟

(۱) $-1/4$ (۲) $-1/2$ (۳) $1/6$ (۴) $1/8$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۲ اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^4}} + 2$ ، آنگاه تابع $f''(x)$ کدام است؟

(۱) $2 - \frac{6}{x^4}$ (۲) $\frac{8}{x^4}$ (۳) $2 + \frac{6}{x^4}$ (۴) $-\frac{4}{x^4}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۳ اگر $f(x) = 5 + \sqrt{x+6}$ باشد، مشتق تابع $y = f(x \cdot f(x))$ در $x = 3$ کدام است؟

(۱) $\frac{17\sqrt{30}}{120}$ (۲) $\frac{15\sqrt{30}}{120}$ (۳) $\frac{17\sqrt{30}}{60}$ (۴) $\frac{15\sqrt{30}}{60}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۴ آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 13x + 13}$ در بازه $[-1, 1]$ ، از آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در $x = -1$ ، چقدر کمتر است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) $\frac{10}{3}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۵ خط $y = 3 - 2x$ بر تابع مشتق‌پذیر f در $x = 2$ مماس است. اگر $g(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{x^2+4}}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2}$ کدام است؟

(۱) $-\frac{11}{12}$ (۲) $\frac{11}{12}$ (۳) $-\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{7}{12}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۶ در تابع $f(x) = a|x^2 - 9|$ نیم‌مماس‌های چپ و راست در نقطه‌ای به طول $x = 3$ بر هم عمودند. مقدار a کدام است؟

(۱) $\pm \frac{1}{36}$ (۲) $\pm \frac{1}{3}$ (۳) $\pm \frac{1}{6}$ (۴) $\pm \frac{1}{9}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۷ توابع $f(x) = x^2 - \frac{16}{x} + a$ و $g(x) = \frac{2x+b}{x^2-3}$ در نقطه $x = 2$ بر هم مماس‌اند. مقدار $[a+b]$ کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)

(۱) -3 (۲) 2 (۳) -2 (۴) 3

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۸ تابع مشتق‌پذیر f محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع می‌کند. اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 5}{x^2 - 4} = 6$ باشد، آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $g(x) = f(x^2 + 1)$ در $x = 1$ ، چند برابر آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه $[0, 2]$ است؟

(۱) $\frac{96}{5}$ (۲) $\frac{24}{5}$ (۳) 12 (۴) 48

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۸۹ تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} |x^2 + x| & x < -1 \\ x^2 + ax^2 + bx + 1 & x \geq -1 \end{cases}$ در $x = -1$ مشتق پذیر است. $a + b$ کدام است؟

(۱) -۸ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) -۴

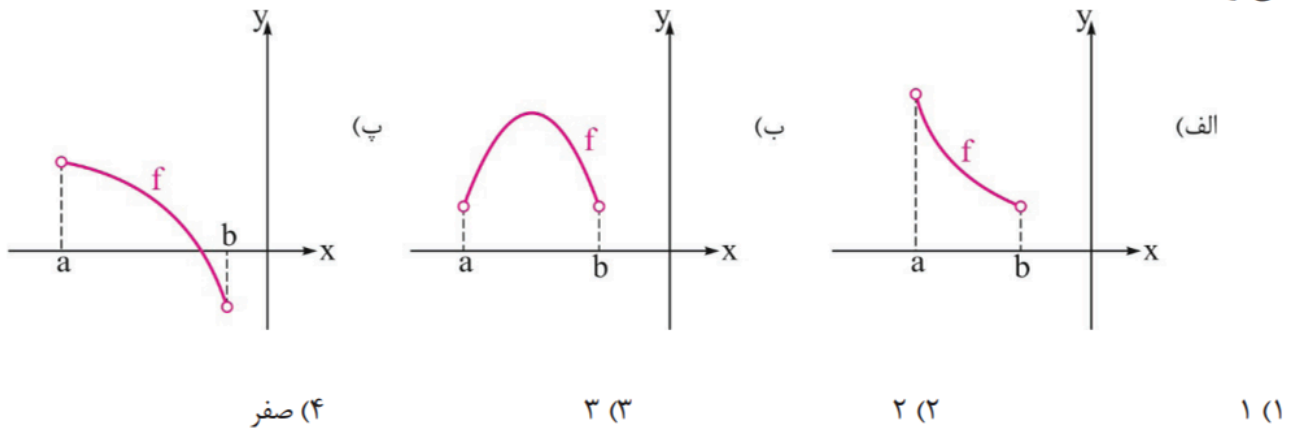
(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۰ اگر خط $2y - 3x + 1 = 0$ بر تابع $y = f(x)$ در $x = 2$ مماس باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f'(x) - f(x) - 1}{x^2 - 4}$ کدام است؟

(۱) $\frac{27}{8}$ (۲) $\frac{21}{8}$ (۳) $\frac{21}{4}$ (۴) $\frac{7}{4}$

(گزینه دو ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۱ تابع f با دامنه (a, b) را در نظر بگیرید. اگر نامعادله $x^2 f'(x) \geq 0$ در بازه (a, b) برقرار باشد، تابع f چه تعداد از موارد زیر می تواند باشد؟



(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۲ در تابع چند جمله‌ای $f(x)$ اگر $f(x) + f'(2x) = x^3 + 12x^2 + 4x + 9$ باشد، مقدار $f(-1)$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۱ (۴) ۲

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۳ اگر $f(x) = \frac{x}{4x^3 + 4x^2 + x}$ و $g(x) = \frac{x-1}{2x+1}$ باشد، حاصل $f'(2)g'(2) - g''(2)f(2)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{9}{(2x+1)^2}$ (۴) صفر

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۴ عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع $y = -\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + x - 1$ با بیشترین شیب ممکن کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $-\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{5}{3}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۵ اگر $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ و $g(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ مقدار مشتق $f(g(f(x)))$ در $x = \sqrt{3}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{16}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۶ اگر $f''(x) + f(x) = x$ باشد، مقدار $f'(2)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۲

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۷ از دو نقطه A و B روی نمودار تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ ، دو خط مماس موازی با خط $y = 3x + 2$ رسم می کنیم. فاصله این دو خط مماس کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{5}\sqrt{10}$ (۲) $\frac{7}{5}\sqrt{10}$ (۳) $2\sqrt{10}$ (۴) $\frac{11}{10}\sqrt{10}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۸ اگر تابع $f(x) = (ax^2 + bx + 3)[2x]$ در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر باشد، مقدار $a \times b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $-\frac{9}{4}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۹۹ اگر $f(2) = 2f'(2) = 2$ ، $g(2) = g'(2) = 3$ باشد، مشتق تابع $\frac{(f+g)(x)}{x+f(x)}$ در $x = 2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{5}{4}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۰ در تابع چند جمله ای $f(x)$ اگر $f(x) + 2f'(2x) = x^3 + 12x^2 + 4x + 9$ مقدار $f(-1)$ کدام است؟

- (۱) -304 (۲) 304 (۳) -120 (۴) 120

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۱ خط مماس بر منحنی به معادله $y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ در نقطه A به طول ۱ واقع بر آن، منحنی را در نقطه دیگر B قطع می کند. فاصله دو نقطه A و B کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{4}{\sqrt{2}}$ (۴) $4\sqrt{2}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۲ تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax + 5 & ; x < 2 \\ bx + a + 1 & ; x \geq 2 \end{cases}$ بر روی R مشتق پذیر است. مقدار ab کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۲ (۳) -۱۶ (۴) -۱۲

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۳ اگر $f(x) = |x^2 - 3x - 10| - 2x^2$ باشد، مجموع جواب‌های معادله $f'(x) = 9$ کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) -۶ (۳) ۳ (۴) ۵

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۴ معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{5x^2 - 5x}{x-1}$ در نقطه‌ای که مشتق اول از دو برابر مشتق دوم یک واحد

کمتر است، به صورت $ay = bx + c$ است. حاصل $a + b + c$ کدام است؟

- (۱) -۶۲ (۲) ۴۰ (۳) -۱۲۴ (۴) ۱۲۴

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۵ آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x+1}$ در بازه $[a, 3]$ برابر $\frac{2}{y}$ است. آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در $x = a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{5}{6}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۶ اگر $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{[2x]}$ و $f'_+(1) - f'_-(1) = 2$ مقدار b کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) +۶ (۳) ۷ (۴) -۷

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۷ اگر $g(2x) = f(x^2 - 1)$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = x^2 - 2x$ باشد، حاصل $g''(2)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۸ معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = 2x^2 + 3$ از نقطه $A(0, 1)$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $y = x + 1$ (۲) $y = 4x + 1$ (۳) $2y = x + 2$ (۴) $y = 2x + 1$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۰۹ اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & ; x \geq 1 \\ x^3 - 1 & ; x < 1 \end{cases}$ و $g(x) = |x[x] - 1|$ ، آنگاه $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{g(1+h) - g(1-h)}{h}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) وجود ندارد

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱۰ در تابع $f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & ; x \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 & ; x < 0 \end{cases}$ ، حاصل ضرب آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f \circ f(x)$ در نقطه $x = 1$ و آهنگ متوسط

تابع $f(x)$ در بازه $[-1, 5]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{20}{3}$ (۲) -۱۲ (۳) -۱۰ (۴) $-\frac{28}{3}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱۱ اگر $f(x) = \frac{x^3 - x^2}{x^2 - 4x + 3}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(h-2) - f'(-2)}{h}$ کدام است؟

(۱) $\frac{9}{25}$ (۲) $\frac{18}{125}$ (۳) $\frac{-9}{25}$ (۴) $\frac{-18}{125}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱۲ به ازای مقداری از a چند جمله‌ای $P(x) = x^6 + ax^3 - 8x$ بر $x+2$ بخش پذیر است. کوچک‌ترین ریشه معادله $P'(x) = 0$ کدام است؟

(۱) $1 - \sqrt{3}$ (۲) $1 - \sqrt{5}$ (۳) $-1 - \sqrt{3}$ (۴) $-1 - \sqrt{5}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱۳ در تابع چند جمله‌ای $f(x)$ اگر $f(x) + f'(2x) = x^3 + 12x^2 + 4x + 9$ باشد، مقدار $f(-1)$ کدام است؟

(۱) 0 (۲) -1 (۳) 1 (۴) 2

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱۴ اگر $f(1) = f'(2) = 3$ و $f(2) = -f'(1) = -2$ باشد، مشتق $y = \frac{f(x)}{xf(x-1)}$ در $x=2$ کدام است؟

(۱) $\frac{8}{9}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{11}{12}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱۵ اگر $f(x) = (x-4)\sqrt{x+3}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(\delta-h) - 2f(\delta-h) + 2}{h(\delta-h)}$ کدام است؟

(۱) 13 (۲) $\frac{-5}{12}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۴) -13

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱۶ اگر $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x - 1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} [f(x)] + \lim_{x \rightarrow 0^-} [f(x)]$ کدام است؟

(۱) -2 (۲) -3 (۳) 2 (۴) -1

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۱۷ خط مماس بر منحنی به معادله $y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ در نقطه A به طول 1 واقع بر آن، منحنی را در نقطه دیگر B قطع می‌کند. فاصله دو نقطه A و B کدام است؟

(۱) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\frac{4}{\sqrt{2}}$ (۴) $4\sqrt{2}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

118 آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \sqrt{x+1}$ در بازه $[a, 3]$ برابر $\frac{2}{7}$ است. آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در $x = a$ کدام است؟

- (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{3}{7}$ (4) $\frac{5}{6}$

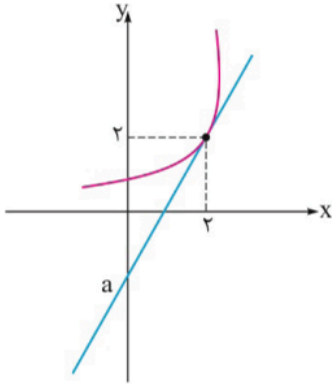
(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

119 تابع مشتق‌پذیر f را در نظر بگیرید. اگر $x^2 f(x) = f(f(x) - 2x)$ باشد و $f'(2) = 4$ و $f(2) = 1$ باشد، مقدار $f'(-3)$ کدام است؟

- (1) 20 (2) 10 (3) -20 (4) -10

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

120 نمودار تابع $y = f(x)$ و خط مماس بر آن در نقطه $x = 2$ به صورت مقابل است. اگر $g(x) = f(f(x))$ باشد و خط مماس بر نمودار تابع g در $x = 2$ محور y ها را در نقطه $(0, -6)$ قطع کند، مقدار a کدام است؟



- (1) $1 - 2\sqrt{2}$
(2) -2
(3) $-2\sqrt{2}$
(4) 4

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

121 خط مماس بر منحنی $y = \frac{2x-3}{x+1}$ در نقاط A و B روی منحنی، موازی خط $y = 5x + 1$ می‌باشند. مجموع عرض نقاط A و B کدام است؟

- (1) -3 (2) 4 (3) 7 (4) 1

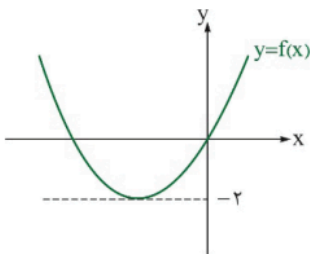
(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

122 اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$ و $g(x) = \sqrt{x} + f(x-1)$ باشد، آهنگ متوسط تغییر تابع $g(x)$ در بازه $[5, 6]$ چند برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x)$ در نقطه $x = -2$ است؟

- (1) $\frac{3}{2}\sqrt{2}$ (2) $-\frac{3}{2}\sqrt{2}$ (3) $\frac{5}{2}\sqrt{2}$ (4) $-\frac{5}{2}\sqrt{2}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

123 نمودار تابع درجه دوم f به صورت مقابل است. اگر $f'(2x) + f'(3x) = 20x + 8$ باشد، مقدار $f(2)$ کدام است؟



- (1) 16
(2) 14
(3) 11
(4) 10

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۴ با فرض $f(x) = x - 2[x]$ ، دامنه تابع مشتق تابع $y = f \circ f(x)$ کدام است؟

- (۱) $\mathbb{R} - \mathbb{Z}$ (۲) $\mathbb{R} - \{0\}$ (۳) \mathbb{R} (۴) $\mathbb{R} - \{1, 0\}$

(ماراتون ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۵ اگر $f(x) = x^3 + \sqrt{2x^4 + x^6}$ آن گاه $f'(2)f(2) - f'(-2)f(-2)$ کدام است؟

- (۱) -۳۲ (۲) -۶۴ (۳) ۶۴ (۴) ۳۲

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۶ آهنگ تغییر مساحت مستطیل نهایی محاط در سهمی $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ به طوری که دو رأس آن روی نمودار سهمی (بالای

محور طول‌ها) و دو رأس آن روی محور طول‌ها باشد در $x = \frac{5}{2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{8}$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۷ اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$ آن گاه حاصل $\sqrt{f''(x) \cdot f(x) + (f'(x))^2}$ به ازای $x = \log_3 2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $2 \log_3 2$ (۳) $3 \log_3 2$ (۴) $4 \log_3 2$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۸ خط $2x - y = 1$ در نقطه به طول ۲ بر نمودار $y = f(x)$ مماس است. اگر $g(x) = (x + [x])f'(x)$ آن گاه شیب نیم مماس‌های

راست و چپ g در $x = 2$ چقدر اختلاف دارند؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۲

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۲۹ اگر $f(x) = x^x + |x - 3| - 2$ ، مقدار مشتق تابع $y = f'(x)$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۰ اگر توابع f و g برای هر x مثبت مشتق‌پذیر باشند و در تساوی‌های $g(2x) + f(x^3) = x + \sqrt{x}$ و $f(2x - 3) + xg(x) = x^3 + 4$

صدق کنند، مقدار $f'(1)$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۱ خطوط $x = 2$ و $x + 6y = a$ بر نمودار تابع $f(x) = 1 + \sqrt[3]{b - 2x}$ مماس‌اند، عدد طبیعی a کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۲ مشتق دوم تابع $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{2x-1}+1}$ در نقطه‌ای به طول ۱ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) صفر

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۳ اگر $f(x) = -|2x - 4| + |x + 1|$ تابع $g(x) = |f(x)|$ در چند نقطه از دامنه‌اش مشتق ناپذیر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۴ اگر در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + [x]}$ داشته باشیم $f'(2) + f'(-1) = 6$ مقدار $f(1)$ کدام است؟

- (۱) $-2/5$ (۲) $-4/5$ (۳) -3 (۴) $-1/5$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۵ اگر $f(x) = \begin{cases} 3x-1 & x > 1 \\ x^2+x & x < 1 \end{cases}$ باشد، مشتق $f^2\left(\frac{f(x^2)}{\sqrt{x}} - 1\right)$ در $x=1$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۶۰

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۶ خطی مماس بر نمودار تابع $g(x) = \sqrt{x}f(2x)$ در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر آن، محورهای مختصات را در نقاطی به طول ۲- و عرض ۴ قطع می‌کند. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 4f(x) - 12}{x - 2}$ برابر کدام است؟

- (۱) -2 (۲) ۲ (۳) -4 (۴) ۴

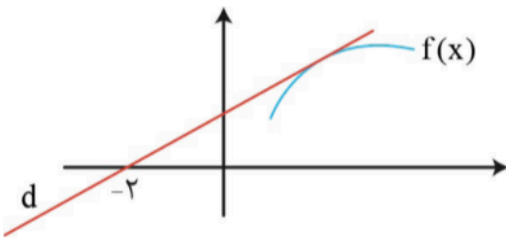
(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۷ در نقطه $A(x, y)$ بر روی نمودار سهمی $f(x) = 2x^2 - 3$ خط گذرنده از نقطه‌های A و $B(0, 3)$ بر خط مماس بر منحنی تابع f در نقطه A عمود است. حاصل $x \cdot y$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{11\sqrt{23}}{8\sqrt{2}}$ (۲) $\frac{2\sqrt{23}}{\sqrt{2}}$ (۳) $\frac{11\sqrt{21}}{8\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{2\sqrt{21}}{\sqrt{2}}$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۸ خط d در نقطه (x_0, y_0) بر نمودار تابع $y = f(x)$ مماس است. در این نقطه $f(x_0) = (2x_0 - 3)f'(x_0)$ ، مقدار $\frac{f'(x_0)}{f(x_0)}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{5}$
(۲) $\frac{1}{7}$
(۳) $\frac{3}{8}$
(۴) $\frac{1}{6}$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۳۹ خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{x+a-1}{x-1}$ در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن، بر نمودار تابع $y = (x-2a)^2$ مماس است. نسبت دو مقدار ممکن برای a کدام است؟

- (۱) -5 (۲) ۵ (۳) -7 (۴) ۷

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۰ مماس رسم شده از نقطه A واقع بر تابع $y = \sqrt{6-2x}$ بر نمودار همین تابع محور X ها را در نقطه‌ای به طول ۸ قطع می‌کند. فاصله نقطه A از مبدأ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{12}$ (۲) $\sqrt{14}$ (۳) ۴ (۴) $\sqrt{18}$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۱ منحنی $y = \frac{x^2 + 2mx + 3}{x^2 + 3x + 2}$ بر محور X ها مماس است. مقدار m کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

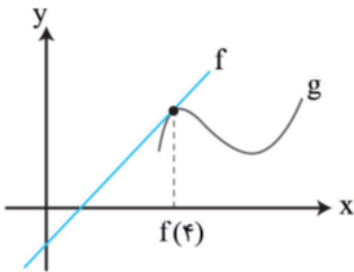
(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۲ اگر $f(x) = \frac{2x-5}{x^2-5x+6}$ باشد، حاصل $f''(4)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{2}{25}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{2}{75}$

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۳ در شکل زیر، اگر داشته باشیم $f'(1) + f^{-1}(1) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(f(x+2)) - f(1)}{x}$ ، آن‌گاه حاصل $f'(0) + g'(5)$ چقدر است؟



- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) -۱
(۴) ۲

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۴ اگر $f(x) = \frac{2x-5}{x^2-5x+6}$ باشد، حاصل $f''(4)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{2}{25}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{2}{75}$

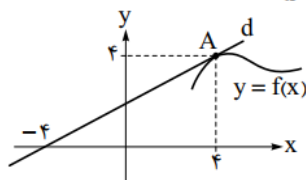
(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۵ به ازای کدام مقدار m خط گذرنده از مبدأ با شیب ۲ بر منحنی $y = \log_r \frac{\lambda^x + m}{r}$ مماس است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(مارول ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۶ مطابق شکل، اگر نمودار تابع $y = f(x)$ در نقطه $A(4, 4)$ بر خط d مماس باشد، آن‌گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f^2(x) - 16}{16 - x^2}$ کدام است؟



- (۱) ۱ (۲) -۱
(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۷ عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع $y = (x-2) \cdot \log_{\frac{1}{5}}(x+2)$ در نقطه‌ای به طول $x=2$ واقع بر آن، کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) ۴

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

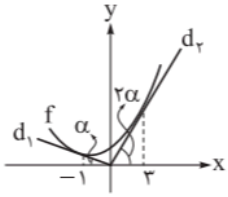
۱۴۸ بر نمودار سهمی $y = (x-1)^2$ ، مماسی موازی با نیمساز ربع اول و سوم رسم می‌کنیم. این خط مماس، محور تقارن سهمی را با کدام عرض

قطع می‌کند؟

- ۱) $-\frac{1}{5}$ ۲) $-\frac{1}{25}$ ۳) $-\frac{1}{75}$ ۴) -۱

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۴۹ در شکل زیر، نمودار تابع f و خطوط مماس بر آن در $x=3$ و $x=-1$ رسم شده‌اند. اگر $f'(-1) = -\frac{1}{4}$ ، آن‌گاه مقدار $f(3)$ کدام است؟



- ۱) $\frac{10}{3}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) ۳ ۴) ۴

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۰ اگر $f(x) = x + [3 \cos \pi x]$ و $g(x) = \frac{x^2 - 4}{f(x)}$ ، آن‌گاه مقدار $g'(2)$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) $\frac{4}{5}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) ناموجود

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۱ خط $y = 2x - 9$ در نقطه $x = 3$ بر نمودار تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 - 4ax$ مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^3 - x}$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) -۱

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۲ اگر $f(x) = |x^2 - 3|x| + 2|$ ، آن‌گاه f در چند نقطه مشتق پذیر نیست؟

- ۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۱

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۳ اگر $f(x) = 2x - |x|$ و $g(x) = ax + |x|$ و تابع $g \circ f$ بر \mathbb{R} مشتق پذیر باشد، a کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۴ کدام تابع در تمام نقاط با طول حقیقی مشتق پذیر است؟

- ۱) $y = x^y[x]$ ۲) $y = |x| \sqrt[3]{x}$ ۳) $y = x \left[\frac{1}{x} \right]$ ۴) $y = \sqrt[3]{x^2}$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۵ اگر $f(x) = (x+a)^2 + b$ و تابع $g(x) = \begin{cases} f(x) & x \geq 1 \\ f'(x) & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x=1$ مشتق پذیر باشد، مقدار b کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) -۲

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۶ تابع با ضابطه $f(x) = (x^2 + ax^2 + 7x + b)[x]$ در $x = -1$ مشتق پذیر است. طول نقطه گوشه‌ای نمودار این تابع کدام است؟

$$x = 3 \quad (4)$$

$$x = -3 \quad (3)$$

$$x = 2 \quad (2)$$

$$x = -2 \quad (1)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۷ اگر $f(x) = \frac{2g(x) + 3x^2}{x+1}$ و $g(1) = g'(1) = -2$ ، آن‌گاه $f'(1)$ کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{5}{4} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۸ اگر $f(x) = x\sqrt{x} - x$ و $g(x) = x + 2\sqrt{x} + 1$ ، آن‌گاه مقدار تابع $2f' \cdot g + f \cdot g'$ در $x = 1$ کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۵۹ اگر خط $y = 2x - 1$ بر نمودار تابع f در نقطه $x = 3$ واقع بر آن مماس باشد، عرض از مبدأ خط مماس بر تابع $y = f'(3x)$ در $x = 1$ واقع بر آن، کدام است؟

$$-35 \quad (4)$$

$$35 \quad (3)$$

$$-25 \quad (2)$$

$$-15 \quad (1)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۰ اگر $f(x) = \frac{\sqrt{2}(x^2 - 0.5)}{\sqrt{x^2 - 1}}$ ، آن‌گاه حاصل $f'(\frac{3}{\sqrt{8}})$ کدام است؟

$$4\sqrt{2} \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-4 \quad (2)$$

$$-3\sqrt{2} \quad (1)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۱ نقطه $M(x, y)$ را بر نمودار تابع $f(x) = x^2$ در نظر می‌گیریم. اگر فاصله نقطه M از خطی با عرض از مبدأ -2 که با جهت مثبت محور x ها زاویه 135° می‌سازد، برابر با d باشد، آهنگ متوسط تغییر d نسبت به تغییر x در بازه $[\sqrt{2} - 1, \sqrt{2}]$ کدام است؟

$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۲ حاصل ضرب ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{6a - 2x}$ برابر $6\sqrt{3}$ است. مقدار a کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۳ در تابع درجه سوم $y = f(x)$ ، اگر $f'(-2) = f'(6)$ ، آن‌گاه طول نقطه اکسترمم نسبی تابع $y = f'(x)$ کدام است؟

$$2 \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

$$2 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۴ اگر $f(x) = 3x - |x - 1|$ باشد، آن‌گاه حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1-2h)}{h}$ کدام است؟

$$10 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۵ اگر $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 5$ باشد، آن گاه به موازات کدام یک از خط‌های زیر، می‌توان مماسی بر نمودار تابع f رسم کرد؟

$$y + 2x = 4 \quad (۲) \qquad 3y + 4x = 5 \quad (۱)$$

$$y = -4x + 5 \quad (۴) \qquad y = 3x - 2 \quad (۳)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۶ خط مماس بر نمودار تابع $y = f(x)$ در نقطه $(4, 1)$ واقع بر آن، محور x را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند. مقدار مشتق تابع $y = f(x)$ در نقطه $x = 4$ کدام است؟

$$\frac{11}{9} \quad (۴) \qquad \frac{7}{9} \quad (۳) \qquad \frac{2}{9} \quad (۲) \qquad \frac{5}{9} \quad (۱)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۷ اگر $f(x) = [\sqrt{1-x^2}]$ ، آن گاه تابع $y = \dots\dots\dots$ در بازه $\dots\dots\dots$ مشتق پذیر است. $([])$ ، نماد جزء صحیح است.

$$(-1, 1), \sqrt{f(x)} \quad (۴) \qquad (-1, 1) \times f(x) \quad (۳) \qquad [0, 1), \sqrt{x} + f(x) \quad (۲) \qquad (-1, 1), f(x) \quad (۱)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۸ اگر $f(x) = x^2 - 3|x|$ و $g(x) = x^2 + 2|x|$ باشد، آن گاه مقدار مشتق تابع $f \circ g$ در $x = -1$ چند برابر مقدار مشتق تابع $g \circ f$ در $x = 1$ است؟

$$-2 \quad (۴) \qquad 3 \quad (۳) \qquad -1 \quad (۲) \qquad 5 \quad (۱)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۶۹ با فرض $f(x) = \sqrt{x}(3x^2 + 5)$ ، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(1-h) - f^2(1+2h)}{h}$ کدام است؟

$$72 \quad (۴) \qquad 360 \quad (۳) \qquad -48 \quad (۲) \qquad -480 \quad (۱)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۰ تابع با ضابطه $f(x) = x\sqrt{x} + 1$ مفروض است. شیب خط مماس بر منحنی تابع $f^{-1}(x)$ در نقطه‌ای به طول ۹ واقع بر آن، کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۴) \qquad \frac{1}{9} \quad (۳) \qquad \frac{1}{2} \quad (۲) \qquad \frac{1}{6} \quad (۱)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۱ با فرض آن که f تابعی پیوسته باشد، $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h-1) - 5}{2h} = -\frac{1}{4}$ و $g(2x) = \sqrt[3]{xf(\frac{1}{x})}$ مقدار $g'(-2)$ چه عددی است؟

$$\frac{7}{5} \quad (۴) \qquad \frac{13}{6} \quad (۳) \qquad \frac{5}{12} \quad (۲) \qquad \frac{7}{12} \quad (۱)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۲ اگر $g(x) = x^2 - 3bx^2 - 2cx$ و تابع $f(x) = \begin{cases} g'(x) & x \geq b \\ g''(x) + cx & x < b \end{cases}$ مشتق پذیر باشد، آن گاه حاصل $c^2 + (b-1)^2$ کدام است؟

$$39 \quad (۴) \qquad 42 \quad (۳) \qquad 41 \quad (۲) \qquad 40 \quad (۱)$$

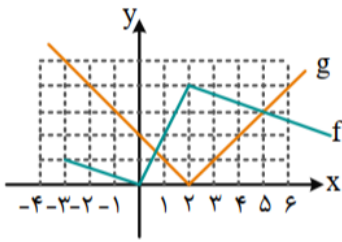
(خیلی سبز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۳ اگر $f(x) = -\frac{1}{\sqrt[5]{x+|x|}}$ و $g(x) = \frac{1}{x^5 + |x^5|}$ باشد، مقدار $g'(\sqrt[5]{3})f'(g(\sqrt[5]{3}))$ کدام است؟

$$1 \quad (۴) \qquad -1 \quad (۳) \qquad -\frac{1}{3} \quad (۲) \qquad \frac{1}{3} \quad (۱)$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۴ نمودار توابع f و g به شکل زیر است. کدام مورد نادرست است؟



$$(2f - 3g)'(3) = -\frac{11}{3} \quad (1)$$

$$(f \times g)'(1) = 0 \quad (2)$$

$$(fog)'(-2) = -\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$f'_+(\infty) - f'_-(\infty) = \frac{7}{3} \quad (4)$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۵ عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x\sqrt{\left(\frac{3x-1}{x+5}\right)^2}$ در نقطه $(3, f(3))$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

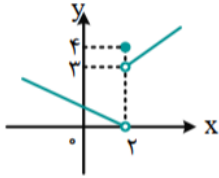
$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۶ نمودار تابع f در شکل رسم شده است. مشتق تابع $g(x) = \frac{2-x}{f(x)-3[x]}$ در $x=2$ کدام است؟



$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

(4) وجود ندارد

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۷ خط $y=2x+1$ در نقطه‌ای به طول ۳ بر نمودار تابع g مماس است. اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(y) - f(y-\Delta h)}{h(h-2)} = 10$ ، شیب خط مماس بر نمودار

تابع $(fog)(x)$ در $x=3$ کدام است؟

$$6 \quad (4)$$

$$-6 \quad (3)$$

$$12 \quad (2)$$

$$-12 \quad (1)$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۸ اگر $f(x) = \frac{-1+3x}{1+\Delta x}$ و $f(x) = xg(x) + 1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ کدام است؟

$$16 \quad (4)$$

$$-16 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$-8 \quad (1)$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۷۹ بر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = (x^2 + 3x - 4)(x^2 - 3x - 4)$ ، چند خط مماس افقی می‌توان رسم کرد؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸۰ تابع f مشتق‌پذیر و با دوره تناوب ۳ است. اگر خط به معادله $4x - 3y = 5$ در نقطه‌ای به طول ۲ بر نمودار تابع f مماس بوده و

داشته باشیم: $g(2x) = f(6x+2) - f(-8x)$ ، شیب خط مماس بر نمودار تابع $g(x)$ در $x=1$ کدام است؟

$$-\frac{28}{3} \quad (4)$$

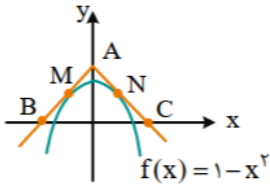
$$\frac{28}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{56}{3} \quad (2)$$

$$\frac{56}{3} \quad (1)$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸۱ از نقطه A روی محور yها، خطوطی رسم کرده که در نقاط N و M بر نمودار تابع $f(x) = 1 - x^2$ مماس شوند. اگر مثلث ABC که با محور xها و خطوط مماس تشکیل می‌شود، متساوی‌الاضلاع باشد، عرض نقاط تماس کدام است؟



$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸۲ اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 2x} & x > 2 \\ 1 & x = 2 \\ \frac{16}{x^2} & x < 2 \end{cases}$ حاصل کدام عبارت زیر موجود است؟

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f'(x) \quad (4)$$

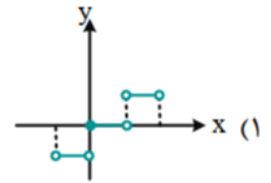
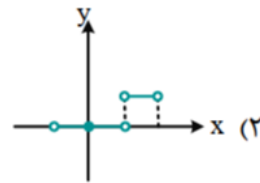
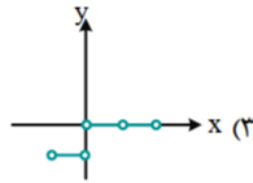
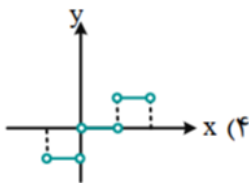
$$f'_-(2) \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f'(x) \quad (2)$$

$$f'_+(2) \quad (1)$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸۳ اگر $f(x) = x[x]$ ، کدام گزینه می‌تواند نشان‌دهنده قسمتی از نمودار تابع f' باشد؟



(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸۴ نقطه $x=0$ برای کدام تابع زیر نقطه گوشه‌ای محسوب نمی‌شود؟

$$f(x) = \sqrt{x^2 + |x|} \quad (4)$$

$$f(x) = \sqrt{x + |x|} \quad (3)$$

$$f(x) = |x|[x] \quad (2)$$

$$f(x) = x[-x] \quad (1)$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸۵ به ازای کدام مقدار a خط $y = \frac{3}{4}x + 6$ بر منحنی $y = a\sqrt{x}$ مماس می‌باشد؟

$$-9 \quad (4)$$

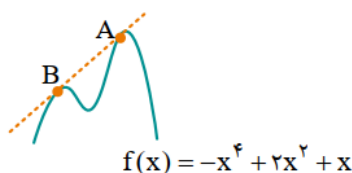
$$9 \quad (3)$$

$$-6 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۱۸۶ از نقطه $A(1, 2)$ خطی بر نمودار تابع $f(x) = -x^4 + 2x^2 + x$ مماس می‌کنیم. این خط در نقطه دیگری به نام B هم بر نمودار تابع f مماس می‌شود. طول پاره خط AB کدام است؟



$$\sqrt{5} \quad (1)$$

$$\sqrt{2} \quad (2)$$

$$2\sqrt{5} \quad (3)$$

$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

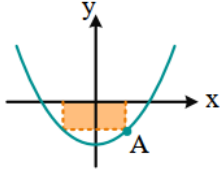
(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 3(x+1)^{-\frac{1}{2}}$ در بازه $[0, 3]$ در چه نقطه‌ای با آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع برابر است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3} - 1$ (۳) $\sqrt[3]{9}$ (۴) $\sqrt[3]{9} - 1$

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

در شکل مقابل، نقطه A روی سهمی $y = x^2 - 9$ در حال حرکت است. آهنگ تغییر لحظه‌ای مساحت مستطیل در نقطه A به



طول ۲ کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۷

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

در نقطه‌ای که آهنگ لحظه‌ای تغییر شیب تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 7x - 1$ برابر با صفر است، شیب خط مماس چقدر است؟

- (۱) -۷ (۲) ۷ (۳) -۶ (۴) ۶

(ماز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

تابع f پیوسته و $f'(2) \neq 0$ است. اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2}{x^2 - 2x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(ah + 2) - 2}{h^2 - 2h} = b$ باشد، a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۱

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

خط گذرنده از دو نقطه $(-2, 1)$ و $(4, -1)$ بر تابع $f(x)$ در نقطه تلاقی $f(x)$ با محور y ها مماس است. حاصل

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{f'(x) + f(x) - 2}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

تابع $f(x) = 2\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} - f(1)x$ را در نظر بگیرید. مقدار $f'(1)$ کدام است؟

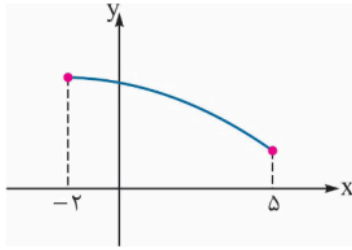
- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{6}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

تابع $f(x) = \frac{ax+1}{x-b}$ با دامنه $\mathbb{R} - \{4\}$ و بُرد $\mathbb{R} - \{3\}$ را در نظر بگیرید. مقدار $f'(4 + \sqrt{13})$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\sqrt{13}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{13}}$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)



شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = f(x-2)$ است. دامنهٔ تابع $y = \sqrt{\frac{f'(x) - f(x)}{x^2 - 5x + 4}}$ کدام است؟

(1) $(1, 3)$

(2) $(-4, 3)$

(3) $(1, 4)$

(4) $(1, 5)$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

اگر $f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 1$ باشد، مقدار $(f \circ f)'(1) + (f \circ f')(1)$ کدام است؟

(1) ۴۰

(2) ۱۸

(3) ۶۲

(4) ۳۱

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

خط d_1 در نقطهٔ $A(1, 2)$ بر نمودار تابع $y = f(x)$ و خط d_2 در نقطهٔ $B(1, 3)$ بر نمودار تابع $y = g(x)$ مماس است. اگر خط

d_1 با جهت مثبت محور x زاویهٔ 135° بسازد و با خط d_2 موازی باشد، مقدار مشتق تابع $y = \frac{g'(x)}{f(x)}$ در $x = 1$ کدام است؟

(1) $-\frac{3}{4}$

(2) -۳

(3) $-\frac{3}{2}$

(4) $-\frac{21}{4}$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

نمودار تابع درجهٔ دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ را در امتداد محور x ها، ۳ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور y ها، ۴

واحد در جهت مثبت انتقال می‌دهیم و آن را g می‌نامیم. اگر خطی در نقطه‌ای به طول $x = a$ بر نمودار تابع f و در نقطهٔ دیگری بر نمودار تابع g مماس باشد، مقدار $f'(a)$ کدام است؟

(1) $\frac{3}{4}$

(2) $\frac{4}{3}$

(3) $-\frac{4}{3}$

(4) $-\frac{3}{4}$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

تابع خطی f را در نظر بگیرید. اگر $f(xf(x)) = x^2 - x - 1$ باشد، مقدار $f(3) + f'(3)$ کدام است؟

(1) ۱

(2) ۳

(3) ۲

(4) ۵

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

اگر $f(x^2 g(2x)) = x^2 - 3x$ و $f'(1) = 5$ و $g(-2) = 1$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(h-2) - g(-2)}{h}$ کدام است؟

(1) $\frac{1}{2}$

(2) $-\frac{1}{2}$

(3) $\frac{3}{2}$

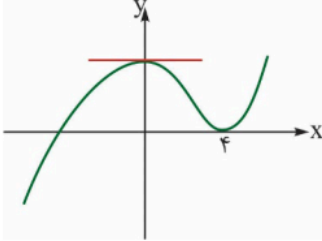
(4) $-\frac{3}{2}$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۰۰ اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & ; x \geq 1 \\ x^3 - 1 & ; x < 1 \end{cases}$ و $f(x) = |x[x] - 1|$ و $g(x) = |x[x] - 1|$ آن گاه $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{g(1+h) - g(1-h)}{h}$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) وجود ندارد

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)



(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۰۱ با توجه به نمودار تابع f کدام گزینه درست است؟

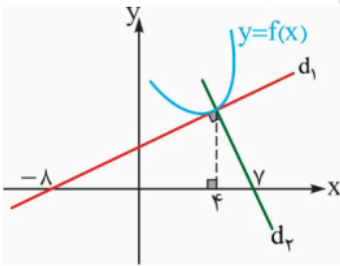
(۱) $f'(۴).f'(۵) > ۰$

(۲) $\frac{f'(-۲)}{f'(۲)} > ۰$

(۳) $f'(۳).f'(۶) < ۰$

(۴) $f'(۴) \times f'(-۱) > ۰$

۲۰۲ در شکل مقابل، خط d_1 در نقطه $x=۴$ بر نمودار تابع $y=f(x)$ مماس است. مقدار $f'(۴)$ کدام است؟



(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

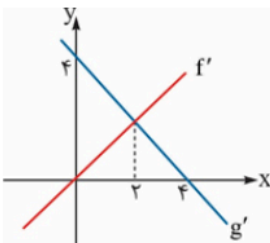
(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۲

(۴) $\frac{1}{3}$

۲۰۳ دو تابع چند جمله‌ای f و g را در نظر بگیرید. نمودار دو تابع f' و g' به صورت مقابل است. اگر $(g \circ f)'(۲) = ۲۰$ باشد، مقدار $g(۲)$ کدام است؟



(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

(۱) ۱

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۶

۲۰۴ اگر تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^3 - x + 1 & ; x < -۳ \\ ax^2 + bx + 1 & ; x \geq -۳ \end{cases}$ همواره مشتق پذیر باشد، حاصل $\frac{f(۲) + ۳}{b}$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۴

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۰۵ تابع f با ضابطه $f(x) = [x[x]]$ در چند نقطه به طول صحیح در فاصله $[-۱, ۲]$ ، مشتق پذیر است؟

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) هیچ

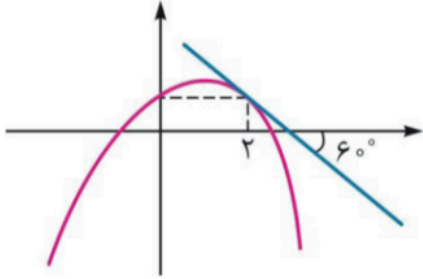
(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۰۶ معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x+2 & x \leq -1 \\ ax^2 + bx - 2 & x > -1 \end{cases}$ در نقطه $(-1, 1)$ موازی خط $y = x + 7$ می باشد. $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) -۱۱ (۳) ۳ (۴) -۳

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۰۷ نمودار تابع $y = 2f(2x+1)$ به صورت مقابل است. مقدار مشتق تابع $f(x^2 - 2x + 5)$ در $x = 2$ کدام است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۰۸ اگر $y = -\frac{1}{4}x + \frac{21}{4}$ در نقطه‌ای به طول ۱ بر نمودار تابع f عمود باشد، $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 25}{x^2 - 1}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲۰ (۳) ۵ (۴) ۴۰

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۰۹ به‌ازای چند مقدار برای a ، تابع $f(x) = |x(x^2 - a)(x^2 - 3x + 2)|$ فقط در ۲ نقطه مشتق ندارد؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۱۰ خطوط $x = 2$ و $3y - 7x + k = 0$ بر نمودار تابع $f(x) = x - 1 - 2\sqrt{2b - 2x}$ مماس‌اند حاصل ضرب مقادیر ممکن برای k کدام است؟

- (۱) ۱۰۵ (۲) ۱۳۵ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۵

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۱۱ با فرض $f(x) = \sqrt{x^3 + 4}$ ، $g(x) = \sqrt{f''(x)f(x) + (f'(x))^2}$ مقدار $g(12)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۱۲ اگر $f(x) = \sqrt{x+7}$ باشد مشتق تابع $y = \left(\frac{f^{-1}}{f}\right)(x)$ در $x = 2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{9}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{25}{18}$ (۴) $\frac{5}{18}$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۱۳ اگر f و g دو تابع مشتق پذیر و $f(3x+g(x)) = x+g(2x)$ و $g(0) = 2$ و $g'(0) = 3$ باشد، $f'(2)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{7}{6}$ (۴) $\frac{1}{2}$

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۱۴ در تابع $f(x) = \begin{cases} 2x-3 & ; x \geq 0 \\ x^2-2x-3 & ; x < 0 \end{cases}$ حاصل ضرب آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f \circ f(x)$ در نقطه $x=1$ و آهنگ متوسط تابع

$f(x)$ در بازه $[-1, 5]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{20}{3}$ (۲) -۱۲ (۳) -۱۰ (۴) $-\frac{28}{3}$

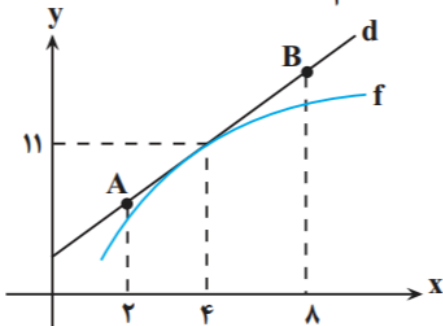
(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۱۵ اگر $f(x) = \frac{1+x+x^2+\dots+x^6}{x^3}$ مقدار $f'(1)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

(ماراتون ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۱۶ با توجه به نمودار تابع f در شکل مقابل که می‌دانیم $f'(4) = \frac{5}{2}$ است؛ طول پاره خط \overline{AB} کدام است؟



- (۱) $3\sqrt{29}$ (۲) ۱۵ (۳) $2\sqrt{34}$ (۴) ۶

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۱۷ برای تابع مشتق پذیر f می‌دانیم، $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x-1} = 3$ است. معادله خط مماس بر تابع $f(x)$ در نقطه $x=1$ واقع بر آن، محور

x ها را با چه طولی قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۱۸ اگر تابع $f(x) = (x-a)|x^2 - 3x - 4|$ فقط در نقطه $x = b$ مشتق ناپذیر باشد، حاصل عبارت تعریف شده $\sqrt{a} f'_-(b)$ کدام است؟

(۱) -۱۰ (۲) ۱۰

(۳) -۵۰ (۴) ۵۰

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۱۹ اگر $f(x) = 2 - \sqrt{x+3}$ باشد، مشتق $g(x) = f\left(\frac{f(x)}{x^2}\right)$ در $x = 1$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{24}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{12}$

(۳) $\frac{\sqrt{6}}{24}$ (۴) $\frac{\sqrt{6}}{12}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۲۰ اگر $f(x) = x^2 + 1 + \sqrt{x^4 + 2x^2}$ و $g(x) = x^2 - \sqrt{x^4 + 2x^2} + 1$ باشد، حاصل $f'(2)g(-2) + f(-2)g'(2)$ کدام است؟

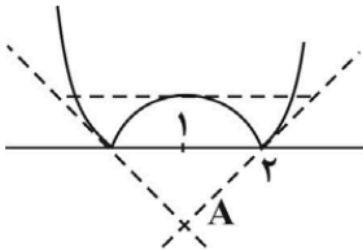
(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۲۱ مطابق شکل نیم‌مماس‌های رسم شده در نقاط گوشه‌ای تابع $f(x) = |x^2 - 2x|$ و نیز خط مماس بر

تابع در نقطه‌ای به طول $x = 1$ تشکیل یک مثلث می‌دهند. مساحت این مثلث کدام است؟



(۱) ۹

(۲) $۴/۵$

(۳) ۷

(۴) $۳/۵$

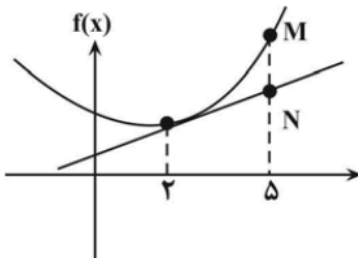
(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۲۲ با توجه به شکل اگر آهنگ متوسط تغییر تابع در بازه $[2, 5]$ مساوی ۳ و آهنگ لحظه‌ای

تغییر در $x = 2$ مساوی ۲ باشد، طول پاره خط MN کدام است؟

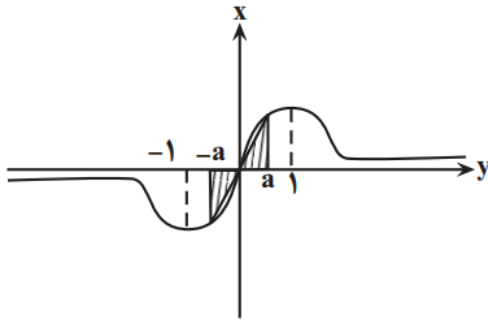
(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) ۴ (۴) ۵



(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۲۳ نمودار تابع $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$ به صورت زیر است. آهنگ لحظه‌ای تغییر مساحت ناحیه هاشور خورده در شکل زیر که شامل دو مثلث



(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

است، در لحظه‌ای که $a = \frac{1}{3}$ می‌شود، کدام است؟

(۱) $\frac{19}{16}$

(۲) $\frac{16}{25}$

(۳) $\frac{19}{32}$

(۴) $\frac{32}{25}$

۲۲۴ اگر $f(x) = \frac{4-x}{2x+7}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{f(x)} - \sqrt[3]{f(-1)}}{x+1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{5}$

(۲) $\frac{-1}{5}$

(۳) $\frac{1}{15}$

(۴) $\frac{-1}{15}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۲۵ تابع $f(x) = x^2 |x^2| |x-3|$ مفروض است. اگر شیب نیم‌مماس‌های راست و چپ این تابع در $x=3$ به ترتیب برابر مقادیر

m_1 و m_2 باشند، آنگاه حاصل $\sqrt{m_1 + m_2}$ کدام است؟ [] : نماد جزء صحیح است.

(۱) ۹

(۲) ۶

(۳) ۴

(۴) ۳

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۲۶ اگر $f(x) = 2 - \sqrt{x+3}$ باشد، مشتق $g(x) = f\left(\frac{f(x)}{x^2}\right)$ در $x=1$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{24}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{12}$

(۳) $\frac{\sqrt{6}}{24}$

(۴) $\frac{\sqrt{6}}{12}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۲۷ خط L موازی محور x ها سهمی $f(x) = 2x^2 - 3$ را در دو نقطه قطع می‌کند و مماس‌های رسم شده بر سهمی در این نقاط بر هم

عمودند. مجموع عرض این دو نقطه کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{6}}{12}$

(۲) $-\frac{23}{4}$

(۳) $\frac{21}{4}$

(۴) $-\frac{21}{4}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۲۸

توابع f و g روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته هستند، اگر $f(5)=3$ ، $f'(5)=4$ ، $g(2)=-2$ ، $g'(2)=\frac{1}{2}$ باشند،

حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(f(g(x))) - g(2)}{2x - 4}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۲۹

تابع $f(x) = |x^3 + mx^2 + (m+2)x|$ فقط در یک نقطه مشتق‌ناپذیر است. مجموع مقادیر صحیح ممکن برای m کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۱

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳۰

تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 & 0 \leq x < 1 \\ \frac{x^2}{3} - 2x + \frac{8}{3} & 1 \leq x < 4 \end{cases}$ با دوره تناوب ۴ را در نظر بگیرید. اگر نیم‌مماس‌های واقع بر منحنی این تابع در نقطه‌ای

به طول $x = -7$ محور عرض‌ها را در نقاط A و B قطع کنند، جزء صحیح طول پاره خط AB کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۳ (۳) ۳۰ (۴) ۳۹

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳۱

اگر خط مماس بر منحنی $y = f(x)$ در نقطه‌ای به طول k واقع بر آن، عمود بر خط به معادله $\frac{y-1}{3} + \frac{2x+1}{4} = -1$ باشد، حاصل

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(k+4h) - f(k)}{3h}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) $\frac{8}{9}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{4}{3}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳۲

در تابع $f(x) = |x^2 - (m-1)x + m|$ ، برای مقدار m ، بزرگ‌ترین عدد طبیعی را در نظر می‌گیریم که به ازای آن تابع f روی \mathbb{R} مشتق‌پذیر است.

حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - f(2)}{h}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳۳ اگر $f(x) = \sqrt[3]{\frac{-6}{x}}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ کدام است؟ ([] : نماد جزء صحیح است.)

(۱) $-0/3$ (۲) $0/6$ (۳) $-0/6$ (۴) $0/3$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳۴ تابع $f(x) = \sqrt{(a-x^2)^2}$ در نقطه‌ای به طول ۶، نیم‌مماس قائم دارد. خط مماس بر نمودار این تابع در $x=2$ ، محور عرض‌ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

(۱) $2/2$ (۲) $-4/4$ (۳) $4/4$ (۴) $-2/2$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳۵ اگر $f(x) = \frac{x}{1-\sqrt{x+1}}$ باشد، مقدار مشتق عبارت $\frac{f(x)}{f'(x)}$ در نقطه $x=3$ کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۱

(۳) $\frac{5}{2}$

(۴) -۱

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳۶ اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ و $g(x) = \left(\frac{2x-1}{x+3}\right)^2$ باشند، مقدار $g'(\frac{1}{3})f'(g(\frac{1}{3}))$ کدام است؟

(۱) -۲۱

(۲) -۶۳

(۳) ۲۱

(۴) ۶۳

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳۷ متحرکی روی مسیر $f(x) = x + \sqrt{x}$ در حال حرکت است. آهنگ متوسط تغییر تابع در $[1, h]$ با آهنگ لحظه‌ای آن در $x=4$ برابر است. مقدار h کدام است؟

(۱) ۴

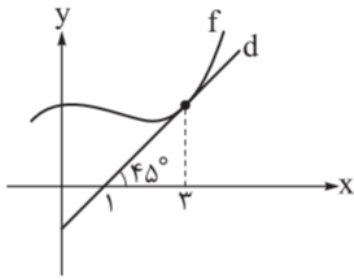
(۲) ۹

(۳) ۱۶

(۴) ۲۵

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۳۸ مطابق شکل، خط d در نقطه $x = 3$ بر نمودار تابع f مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^2(x) - f^2(3)}{x^2 - 9}$ کدام است؟



$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۳۹ اگر $f(x) = (2\sqrt{x} + 1)(x^2 - 2x)$ باشد، $f'(1)$ کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۴۰ تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 & ; x < 4 \\ 4x - 6 & ; x = 4 \\ b\sqrt{x} + c & ; x > 4 \end{cases}$ در $x = 4$ مشتق پذیر است. مقدار c کدام است؟

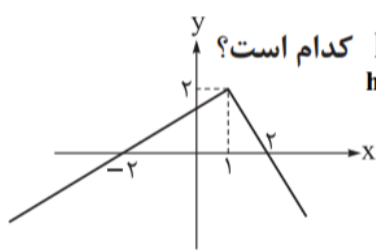
$$30 \quad (4)$$

$$-30 \quad (3)$$

$$-20 \quad (2)$$

$$20 \quad (1)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)



۲۴۱ نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1-h) - 2}{h}$ کدام است؟

$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$2 \quad (4)$$

$$-2 \quad (3)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۴۲ نیم‌مماس‌های چپ و راست تابع $f(x) = \sqrt{4x^3 + ax^2}$ در نقطه گوشه‌ای آن، برهم عمودند. مقدار a کدام است؟

$$-1 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۴۳ تابع $f(x) = (2x + m\sqrt{x} + n)[x]$ در بازه $(3, 5)$ مشتق پذیر است. حاصل $2m + 3n$ کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

$$14 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$16 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۴۴ اگر $f(x) = 4^x$ و $g(x) = \log_2 x$ باشد، مشتق تابع $f \circ g + g \circ f$ در $x = 0/1$ کدام است؟

$$2/4 \quad (2)$$

$$2/2 \quad (1)$$

$$2/8 \quad (4)$$

$$2/6 \quad (3)$$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۴۵ اگر $f(x) = ((x^2 - x)^2 - x)^3$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{1 + f(1+h)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
 (۲) $-\frac{1}{3}$
 (۳) 3
 (۴) -3

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۴۶ فرض کنید تابع f در $x=2$ پیوسته و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-4}{x-2} = 12$ باشد. اگر $g(x) = \frac{1+x^2}{x+2}$ باشد، حاصل $(f \circ g)'(-1)$ کدام است؟

- (۱) -48
 (۲) -24
 (۳) -6
 (۴) -18

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۴۷ اگر $f(x) = x\sqrt{3 + \frac{2}{x}}$ و $f(x) = (x^2 - 4)g(x) + 4$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$
 (۲) $\frac{5}{16}$
 (۳) $\frac{7}{4}$
 (۴) $\frac{7}{16}$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۴۸ تابع $f(x) = \begin{cases} \left[\frac{1}{x^2+1}\right] & ; x < 0 \\ \frac{\sqrt{4x^3 - 4x^2 + x}}{x^2 - 9} & ; x \geq 0 \end{cases}$ در چند نقطه از دامنه‌اش مشتق ناپذیر است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) بی‌شمار
 (۲) ۳
 (۳) ۲
 (۴) ۱

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۴۹ اگر $f(x) = \frac{[\sqrt{3x}]}{x}$ و $g(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{5+x^2}}$ ، آن‌گاه مشتق راست تابع $g \circ f$ در $x = \sqrt{3}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{8}$
 (۲) $\frac{1}{8}$
 (۳) $\frac{3}{8}$
 (۴) $-\frac{3}{8}$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۰ خط d با جهت مثبت محور x ها زاویه 45° می‌سازد و در نقطه A بر نمودار تابع $f(x) = x\sqrt{x+1}$ مماس است. طول نقطه A کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{9}$
 (۲) -1
 (۳) $-\frac{3}{4}$
 (۴) صفر

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۱ خط $y = ax + 3$ در نقطه $x = -1$ بر نمودار تابع $f(x) = \frac{bx+1}{x+2}$ مماس است. حاصل $a + b$ کدام است؟

- ۶ (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴)

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۲ تابع f یک چندجمله‌ای درجه دوم است، به طوری که $f''(x) < 0$ و $f'(x) = 8x^2 - 12x - 3$ و $(f \circ f)(x) = 8x^2 - 12x - 3$. آن گاه مقدار $(f \circ f)'(2)$ کدام است؟

- ۱) $-63/5$
۲) $-66/5$
۳) $-53/5$
۴) $-51/5$

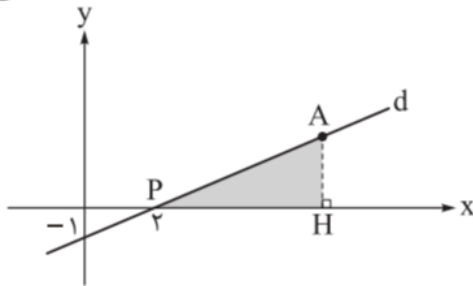
(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۳ اگر $f(x) = 4\sqrt{x} + 3g^3(x)$ و $f'(1) = g(1) = 2$ ، مقدار $1 + f''(1)$ چند برابر $g''(1)$ است؟

- ۱) ۴ ۲) ۹
۳) ۱۸ ۴) ۳۶

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۴ مطابق شکل، نقطه A را در ربع اول روی خط d در نظر گرفته‌ایم. آهنگ متوسط مساحت مثلث APH وقتی طول نقطه A از $3/1$ به $4/1$ تغییر می‌کند، کدام است؟



- ۱) $0/8$
۲) $1/3$
۳) ۱
۴) $1/5$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۵ اگر $f(x) = (2x^5 - 1)^4$ ، آن گاه حاصل $\frac{f'(-1)}{f'(1)}$ کدام است؟

- ۱) ۲۷ ۲) -۲۷ ۳) ۵۴ ۴) -۵۴

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۶ اگر $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2-x}$ و $g'(1) = 2$ باشد، مشتق تابع $(f+g) \circ f$ در $x = 1$ کدام است؟

- ۱) $\frac{15}{4}$ ۲) $\frac{17}{4}$ ۳) $\frac{19}{4}$ ۴) $\frac{21}{4}$

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۷ اگر $f(x) = a\sqrt{x} + \frac{2}{x^2}$ و $f''(1) - f'(1) = 10$ باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۸ آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = (m+x)\sqrt{3x+1}$ در بازه $[0, 5]$ از دو برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در $x=1$ ، ۶ واحد کم‌تر است. مقدار m کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

(خیلی سبز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۵۹ کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ درست نیست؟

(۱) $f'(-1) < 0$

(۲) $f'(-1) = -f'(1)$

(۳) $f'(-1) > f'(-2)$

(۴) $f'(-1) + f'(2) < 0$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۶۰ عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = (x-2)\sqrt{x^2+5}$ در نقطه $x=2$ واقع بر آن کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲

(۳) -۵ (۴) -۶

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۶۱ مقدار مشتق تابع $f(x) = \frac{(x^2-1)|x^2-3x+1|}{\sqrt{x}}$ در $x=1$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) -۳

(۳) ۶ (۴) -۶

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۶۲ نیم مماس‌های چپ و راست تابع $f(x) = (ax^2+x)|x+2||x-1|$ در $x=1$ بر هم عمود هستند. مقدار a کدام است؟

(۱) $-1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

(۲) $2 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $-1 \pm \frac{\sqrt{6}}{6}$

(۴) $2 \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

نقطه $A(x, y)$ بر روی منحنی به معادله $y = \sqrt{x+8}$ در حال حرکت است. $B(x)$ فاصله نقطه A تا مبدأ مختصات است.

۲۶۳

آهنگ لحظه‌ای تغییر B در نقطه‌ای به طول $x = 7$ کدام است؟

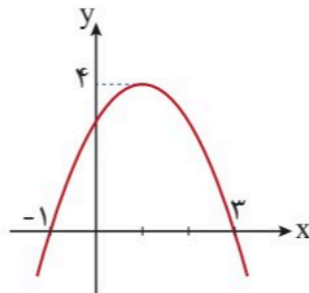
$$\frac{15}{16} \quad (1)$$

$$\frac{15}{8} \quad (2)$$

$$\frac{3}{7} \quad (3)$$

$$\frac{5}{4} \quad (4)$$

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)



نمودار سهمی f به صورت مقابل است. اگر $g(x) = f\left(1 - \frac{2}{x}\right)$ باشد، حاصل $g''(2)$ کدام است؟

۲۶۴

$$-\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{7}{2} \quad (2)$$

$$\frac{7}{2} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

با فرض $f(x) = \sqrt[3]{11 - \frac{12}{x}}$ ، حاصل مشتق تابع $y = f(2-x) \cdot f(3+x)$ به ازای $x = 1$ چقدر است؟

۲۶۵

$$\frac{127}{16} \quad (1)$$

$$-\frac{129}{16} \quad (2)$$

$$-\frac{65}{8} \quad (3)$$

$$\frac{63}{8} \quad (4)$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

در تابع پیوسته f داریم $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+2}{x^2-1} = \frac{3}{2}$ ، اگر $(g \circ f)'(1) = 4$ ، آن گاه مشتق تابع $g\left(\frac{2}{x}\right)$ به ازاء $x = -1$ چه عددی است؟

۲۶۶

$$-\frac{8}{3} \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{8}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{4}{3} \quad (4)$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

اگر خطوط مماس بر نمودار تابع $f(x) = ax^2 - 2x^2 + 1$ ، در نقاطی به طول $x = 1$ و $x = -1$ برهم عمود باشند، جمع مقادیر a کدام است؟

۲۶۷

$$2 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

هرگاه $f(x) = 3x + \sqrt{x^2 + 4x + 1}$ و $f(x) = xg(x) + 4x + 1$ و g مشتق پذیر باشد مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ چه عددی است؟

۲۶۸

$$-1 \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (3)$$

$$-2 \quad (4)$$

(دیاز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۶۹ تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2}(\alpha - 2x)$ فقط در بازه $(0, 1)$ صعودی اکید است. مقدار $f(1)$ کدام است؟

- (۱) -۴۴ (۲) -۲۲ (۳) -۶۴ (۴) -۳۲

(دباز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۷۰ خارج قسمت و باقی مانده تقسیم $p(x) = x^4 + ax^6 + 4x^3 - x + 2$ بر $x-1$ به ترتیب $q(x)$ و 5 است. باقی مانده $q'(x)$ بر $x-1$ کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۳۰ (۴) ۶۰

(دباز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۷۱ به ازای جميع مقادیر m تابع های $f(x) = \frac{mx+1}{x^2+4}$ از یک نقطه ثابت می گذرند. اگر خط مماس بر f در آن نقطه موازی $y = 2x+1$ باشد. جزء صحیح بیشترین فاصله $f(x)$ از محور طول ها چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱۲ (۴) ۴

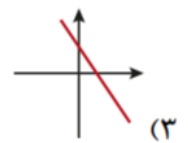
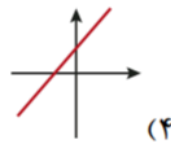
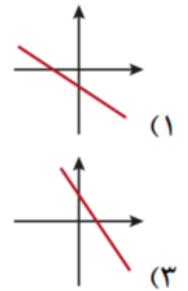
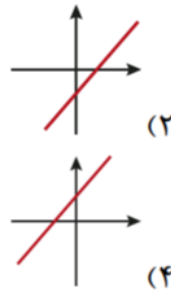
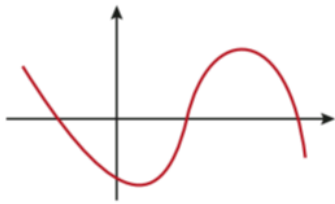
(دباز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۷۲ هرگاه $f(x) = \frac{\pi}{\sqrt{2x+1}}$ باشد، مقدار $f'(4)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{9}$ (۲) $-\frac{\pi}{9}$ (۳) $\frac{\pi}{27}$ (۴) $-\frac{\pi}{27}$

(دباز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۷۳ نمودار تابع درجه سوم $y = f(x)$ به صورت شکل مقابل است. نمودار f'' کدام می تواند باشد؟



(دباز ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۲۷۴ اگر $f(x) = x(2[x] + 1/5)^2 \times 2^x$ باشد، آنگاه مقدار $f'(0)$ کدام است؟ []، نماد جزء صحیح است.

- (۱) ۱/۵ (۲) ۲/۲۵ (۳) ۹ (۴) تعریف نشده

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۷۵ خط $y = 2x + 3$ در نقطه ای به طول $x = 2$ بر نمودار تابع $y = f(x)$ مماس است. مقدار $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(2x) - 7}{22x^2 - x - 1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۷۶ اگر $f(x) = (x^2 - 4)(2^x - 4)$ ، مقدار $f'(2) + f'(-2)$ کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) صفر

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۷۷ در تابع f اگر $f(1) = f'(1) = 4$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(f(\frac{x+4}{x}) - 4)$ کدام است؟

- ۴ (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۴ (۴) صفر

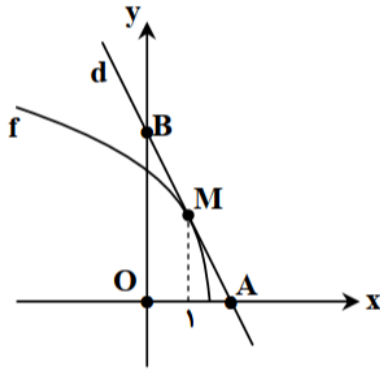
(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۷۸ هرگاه $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x^2 - 4x}}$ و $g(x) = \sqrt{x - \sqrt{x^2 - 4x}}$ ، مقدار $f'(9)g(9) + g'(9)f(9)$ کدام است؟

- $\frac{1}{12}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴)

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۷۹ مطابق شکل، خط d در نقطه M بر نمودار تابع $f(x) = 2\sqrt{12-8x}$ مماس است. مساحت مثلث AOB کدام است؟



۱۶ (۱)

۱۲ (۲)

۸ (۳)

۱۸ (۴)

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۸۰ برای هر عدد حقیقی و غیر صفر a ، تابع $f(x) = \begin{cases} bx - c & x < a \\ \frac{2}{x} & x \geq a \end{cases}$ مشتق پذیر است. مقدار ac کدام است؟

- ۴ (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴)

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۸۱ شکل مقابل نمودار سهمی f است. اگر $g(x) = \frac{f(2x) - 6}{f(x) + 2x^2}$ ، شیب خط مماس بر نمودار تابع g

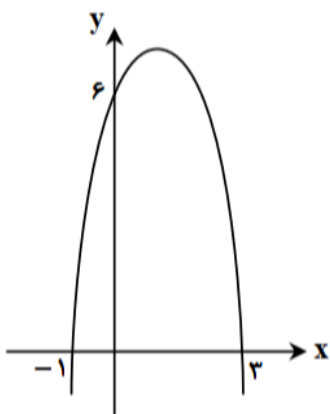
در نقطه‌ای به طول $x = -1$ کدام است؟

۱۲ (۱)

۱۴ (۲)

۲۸ (۳)

۱۶ (۴)



(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۸۲ اگر $f(x) = x[x]x - 4$ ، نیم‌مماس راست تابع f در $x = 2$ ، نیم‌مماس چپ تابع f در $x = 4$ را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟
 ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) $\frac{7}{2}$ (۲) $\frac{13}{4}$ (۳) $\frac{10}{3}$ (۴) $\frac{11}{3}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۸۳ با فرض آن که $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{8x+4|x|}}$ و $g(x) = \frac{1}{x^5 + |x|^5}$ ، مقدار $g'(f(\sqrt{5})) \cdot f'(\sqrt{5})$ کدام است؟

(۱) $3\sqrt{5}$ (۲) ۳ (۳) $5\sqrt{5}$ (۴) ۶

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۸۴ اگر نقطه‌ای به طول $x = 2$ ، نقطه گوشه‌ای تابع $f(x) = |x^2 - 3x + a| [2x]$ باشد، مقدار $\frac{f'_+(2)}{f'_-(2)}$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۸۵ دو تابع $f(x) = x^2\sqrt{x}$ و $g(x) = x^3 + ax^2 + b$ در $x = 1$ بر هم مماس‌اند. مقدار b کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۸۶ آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x - 2\sqrt{3x+1}$ در بازه $[0, 1]$ ، دو برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در $x = \alpha$ است. مقدار $f(\alpha)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) -۳ (۴) $\frac{3}{2}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۸۷ f تابعی مشتق‌پذیر است به طوری که $g(x^3) = f(x + \sqrt{x^2 + 3})$. مقدار $\frac{f'(3)}{g'(1)}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۸۸ اگر $g(x) = f(\sqrt[3]{x}) - 7$ و $g'(x) = \frac{1}{x}$ ، مقدار $f'(6)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{6}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۸۹ کمترین مقدار شیب خطوط مماس بر منحنی $y = x^3 + 6x^2 + 5x + 11$ ، کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۷ (۴) -۱۱

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۰ تابع $f(x) = |2x - 4|\sqrt{ax}$ مفروض است. اگر اختلاف شیب نیم‌مماس‌های چپ و راست تابع f در $x = 2$ برابر ۸ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۱ عرض از مبدأ خط مماس بر تابع $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{3x+1}}$ در نقطه تلاقی تابع با نیم‌ساز ناحیه اول کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{11}{8}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{5}{8}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۲ اگر $f(x) = x^2\sqrt{x+3} - 1$ و $g'(1) = -2$ ، مشتق تابع $(f-g)$ of به‌ازای $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{17}{16}$ (۲) $\frac{25}{16}$ (۳) $\frac{425}{16}$ (۴) $\frac{425}{32}$

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۳ اگر اختلاف شیب نیم‌مماس‌های چپ و راست تابع $f(x) = |4 + 2x|\sqrt[3]{ax}$ در نقطه گوشه‌ای آن برابر ۸ باشد، مقدار مثبت a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۴ مجموع آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x\sqrt{3x+1}$ در بازه $[0, 1]$ ، با آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در انتهای این بازه کدام است؟

- (۱) $4/75$ (۲) $0/75$ (۳) $5/25$ (۴) صفر

(گزینه دو ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۵ اگر f در $x = 2$ پیوسته و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - 3}{h} = 2$ باشد، حاصل مشتق تابع $g(x) = xf^2\left(\frac{2}{x}\right)$ در نقطه $x = 1$ چقدر است؟

- (۱) ۳۳ (۲) ۱۵ (۳) ۵ (۴) ۲۷

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۶ مقدار مشتق تابع $f(x) = \sqrt[3]{\left(\frac{3x+2}{x-1}\right)^2}$ به‌ازای $x = 2$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $-\frac{10}{3}$ (۳) $-\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{10}{3}$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۷ اگر $f(x) = \frac{x}{3x-2}$ و $g(x) = 3 + \frac{2}{x}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)g(x) - 5}{x-1}$ به کمک تعریف مشتق کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) -۹ (۴) -۱۲

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۸ تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x & |x| > 1 \\ ax + b & |x| \leq 1 \end{cases}$ در $x = -1$ مشتق پذیر است. مقدار $f'_-(1) + f(1)$ چه عددی است؟

- (۱) -۹ (۲) -۷ (۳) -۱۲ (۴) -۱۳

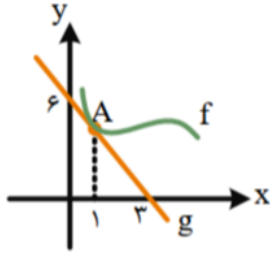
(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۲۹۹ اگر $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{2x^2+1}}$ باشد، مقدار مشتق تابع $y = xf(1 + \frac{3}{x})$ در نقطه $x=3$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) -1 (۳) 1 (۴) $-\frac{1}{3}$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۰۰ در شکل مقابل، خط g بر نمودار f در $x=1$ مماس است. حاصل مشتق تابع $y = \frac{f(x)}{x-g(x)}$ در نقطه $x=1$ چقدر است؟



- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۰۱ اگر $f(x) = 2x - 1$ و $g(x) = 2x^2 + x$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f \circ g(x)} - \sqrt{5}}{x^2 - 1}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۰۲ اگر برای هر x رابطه $f'(x) = 2xf(x)$ برقرار باشد، حاصل مشتق دوم $y = f(2x)$ در نقطه $x=1$ چند برابر $f(2)$ است؟

- (۱) 96 (۲) 48 (۳) 36 (۴) 72

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۰۳ اگر $f(x) = 3x - 1$ و $g(x) = x(2x + 1)$ باشد، آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $y = f \circ g(x)$ در نقطه $x=2$ چقدر با آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[0, 2]$ اختلاف دارد؟

- (۱) 12 (۲) 10 (۳) 15 (۴) 18

(ماز ۱۴۰۳-۱۴۰۴ - متوسط)

۳۰۴ مقادیر تابع f در جدول زیر آمده است. بهترین تخمین برای $f'(1)$ کدام است؟

x	$0,8$	$0,9$	1	$1,1$	$1,4$
y	5	6	8	9	12

- (۱) 15 (۲) 10 (۳) 20 (۴) 25

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۰۵

اگر $f(x) = \frac{x-1}{2x+2}$ ، آنگاه حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4f(x) - x^2 f(2)}{x-2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{-2}{9}$ (۴) $\frac{4}{3}$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۰۶

دو تابع مشتق پذیر f و g با دامنه \mathbb{R} مفروض اند به طوری که برای هر $x \in \mathbb{R}$ ، $g'(x) = -f(x)$ و $f'(x) = g(x)$ آنگاه مقدار مشتق تابع $(f^2 + g^2)(x)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) ۱ یا -۱

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۰۷

تابع $f(x) = |x^2 + 3x - 4| + ax^2$ و تابع $g(x) = ax^2 + bx + c$ مفروض هستند، تابع $f \times g$ در \mathbb{R} مشتق پذیر است. مقدار $a + b + c$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) صفر (۴) -۳

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۰۸

اگر $f(x) = ax + \frac{b}{x} + 1$ و تابع با ضابطه $g(x) = \begin{cases} f(x) & , x \geq 2 \\ x^2 f'(x) & , 0 < x < 2 \end{cases}$ مشتق پذیر باشد، $a - b$ کدام است؟

(۱) $0/13$ (۲) $0/12$ (۳) $0/11$ (۴) $0/14$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۰۹

آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$ ، روی بازه $[2, 2+h]$ برابر $\frac{6}{5}$ است. آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در وسط این بازه کدام است؟

(۱) $\frac{95}{81}$ (۲) $\frac{101}{81}$ (۳) $\frac{91}{81}$ (۴) $\frac{97}{81}$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۱۰

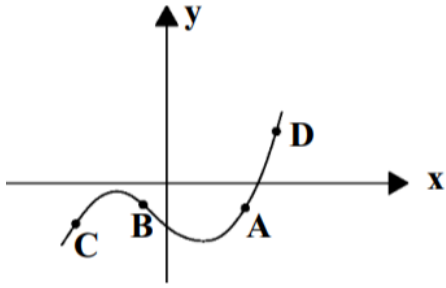
شیب‌های خطوط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ روی بزرگ‌ترین دامنه‌اش، در بازه (a, b) قرار می‌گیرند. مقدار $b - a$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۱۱

اگر f' مشتق تابع f باشد و f'' مشتق تابع f' را نشان دهد، در چند تا از نقاط A, B, C, D حاصل $f' f''$ منفی است؟



است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۱۲

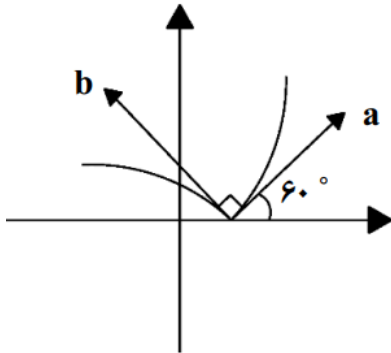
اگر $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{6x - x^2} - 8}$ باشد، آنگاه حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(3-h) - f(3+2h)}{h}$ کدام است؟

 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۱)

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۱۳

دو نیم خط a و b در نقطه $x = 1$ از دو طرف به تابع f مماس شده اند و بر همدیگر عمود هستند. حاصل عبارت



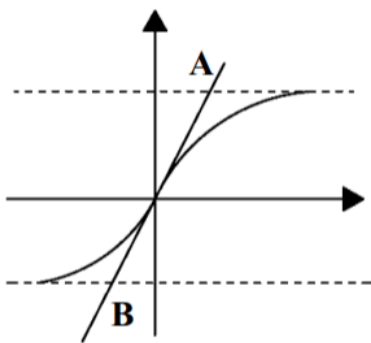
کدام است؟ $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+4h) - f(1-h)}{2h}$

 $\frac{11\sqrt{3}}{6}$ (۱) $\frac{13\sqrt{3}}{6}$ (۲) $-\frac{11\sqrt{3}}{6}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴)

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۱۴

نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ به شکل زیر است. طول پاره خط AB کدام است؟

 $\sqrt{2}$ (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴)

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + 2}{bx + [x]}$ مفروض است. اگر مقدار مشتق چپ تابع در $x = 1$ برابر $-\frac{1}{3}$ باشد، مقدار مشتق راست آن کدام است؟

۳۱۵

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

اگر تابع f در بازه I دو بار مشتق پذیر باشد و داشته باشیم $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{h^2} = 2$ ، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf'(x) - xf'(a)}{x-a}$ کدام است؟

۳۱۶

- (۱) $1/5$ (۲) $-0/5 a$ (۳) $2a$ (۴) a

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

تابع $f(x) = x|x^2 - 3x + 2|$ مفروض است. مجموع اختلاف های مشتق چپ و راست در نقاط گوشه این تابع کدام است؟

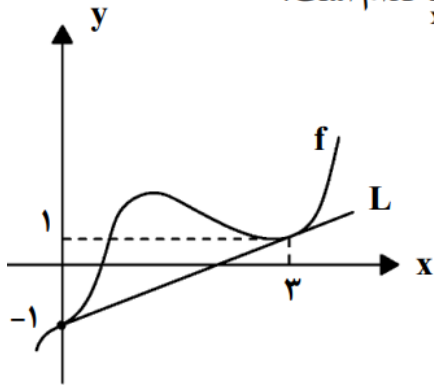
۳۱۷

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

مطابق شکل خط L در نقطه $x = 3$ بر نمودار f مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3f(x)}{1 - f^2(x)}$ کدام است؟

۳۱۸



- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

در تابع با ضابطه $f(x) = 2|x - 1| - |x - 2|$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) + f(2-h) - k}{h}$ موجود و برابر b است. مقدار $k - b$ کدام است؟

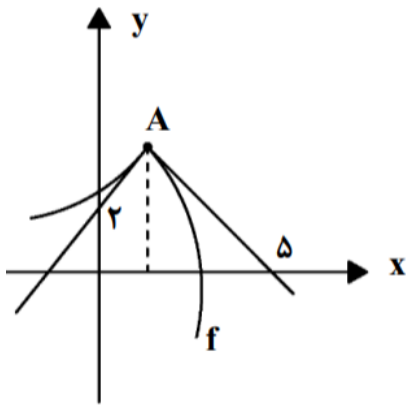
۳۱۹

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

شکل زیر نمودار تابع f است که نیم مماس های راست و چپ در نقطه $A(1, 4)$ رسم شده اند. جمع حدود چپ و

۳۲۰



راست عبارت $\frac{f(1-2h)-f(1+3h)}{h}$ وقتی $h \rightarrow 0$ کدام است؟

-۱۰ (۱)

-۵ (۲)

۵ (۳)

۱۰ (۴)

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

اگر $f(x) = 2x - |x - 1|$ و $g(x) = ax + b + |x - 2|$ تابع $g \circ f$ در $x = 1$ مشتق پذیر باشد، مقدار $g'(\sqrt{5})$ کدام است؟

۳۲۱

۲ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

اگر $f(x) = \left[\frac{-2}{x}\right](x^2 - 4)$ و $g(x) = \left|\frac{x}{2}\right| \sqrt[3]{10+x}$ آنگاه مشتق چپ $f \circ g$ در $x = -2$ چقدر از ۴ کمتر است؟

۳۲۲

 $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۱)

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

نمودار تابع مشتق $f(x) = |x^2 - 2x|$ خط $y = k$ را قطع نمی کند. k چند مقدار حقیقی می تواند اختیار کند؟

۳۲۳

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

چند نقطه روی تابع $f(x) = -|x - 1| + 1$ وجود دارد که خطوط مماس از آن نقطه یا نقطه ها بر سهمی $y = x^2$ هم عمود باشند؟

۳۲۴

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

اگر $f(x) = x - \frac{2}{x}$ ، $x > 0$ ، آهنگ متوسط تغییر $f^{-1}(x)$ در فاصله $(-1, 2)$ کدام است؟

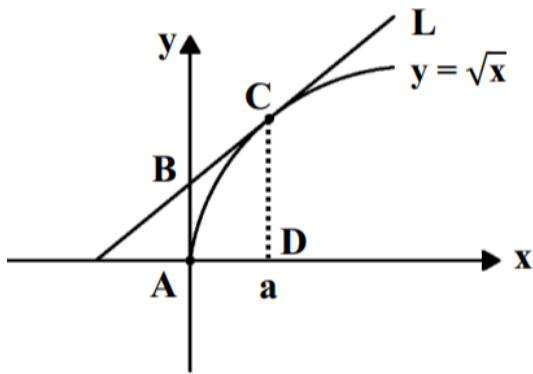
۳۲۵

 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}-1}{3}$ (۳) $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

در شکل زیر، خط L در نقطه a بر تابع $y = \sqrt{x}$ مماس است. آهنگ تغییر لحظه ای مساحت چهار ضلعی $ABCD$

۳۲۶



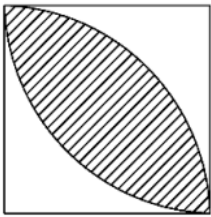
هنگامی که a برابر $\frac{1}{4}$ است، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
 (۲) $\frac{3}{2}$
 (۳) $\frac{1}{4}$
 (۴) $\frac{9}{16}$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

در شکل زیر دو ربع دایره، داخل مربع رسم شده است. آهنگ تغییر لحظه ای مساحت هاشور خورده، هنگامی

۳۲۷



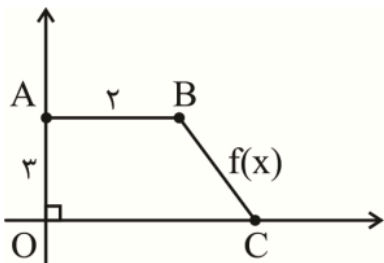
که ضلع مربع ۲ می شود، کدام است؟

- (۱) $2\pi - 4$
 (۲) $2\pi - 8$
 (۳) $4 - \pi$
 (۴) $8\pi - 16$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

مساحت ذوزنقه زیر برابر با ۱۲ است. حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h^2) - f(2+h^2)}{2h^3 + h^2}$ کدام است؟

۳۲۸



(۲) $-\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $-\frac{3}{2}$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

نقطه $A(4, 0)$ روی محور طول ها و نقطه T روی نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ هستند. اگر AT برخط

۳۲۹

مماس بر منحنی در نقطه T عمود باشد. طول AT کدام است؟

(۴) $2\sqrt{11}$

(۳) $\frac{\sqrt{11}}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱) $2\sqrt{3}$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۳۰ گنجایش ظرفی ۴۰ لیتر است در لحظه $t = 0$ سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقی‌مانده در ظرف

پس از t ثانیه از رابطه $V(t) = 40 \left(1 - \frac{t}{100}\right)^2$ به دست آید، آهنگ متوسط تغییر حجم مایعی که از ظرف خارج می‌شود، در بازه $[0, 1]$ چقدر است؟

- (۱) ۰٫۷۹۶ (۲) -۰٫۷۹۶ (۳) -۷۹٫۶ (۴) ۷۹٫۶

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۳۱ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+2}{x^2-1} = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار شیب مماس بر منحنی $xf(6x-2)$ در $x = \frac{1}{4}$ کدام است؟ (f تابعی پیوسته است.)

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۳۲ اگر $f(x) = x + \frac{1}{x}$ و $g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ آهنگ لحظه‌ای تغییر $g \circ f$ در $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۳۳ تابع $f(x) = \frac{ax - \sqrt{x^2 - 1}}{4x^n - 13}$ مفروض است. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{6}$ باشد، $f'(3)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $-\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{2}{3}$

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۳۴ خط گذرنده از دو نقطه $(1, 2)$ و $(-1, 3)$ بر منحنی پیوسته $y = g(x)$ در نقطه $x = 3$ مماس است. اگر منحنی

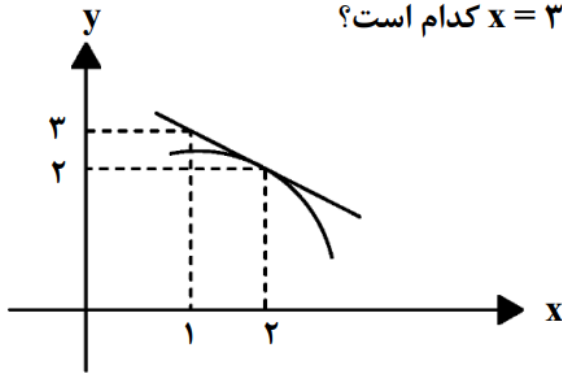
توابع f و g در این نقطه برهم مماس باشند، حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^2(x) + 4f(x) - 5}{3 - x}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۳۵

با توجه به نمودار تابع f ، مشتق تابع $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ در $x=3$ کدام است؟



۴ (۱)

۸ (۲)

۱۶ (۳)

۳۲ (۴)

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۳۶

تابع $f(x) = |x^3 - x^2|$ در نقطه $x = m$ مشتق ناپذیر است. اگر $n = \lim_{x \rightarrow m^-} \frac{x^2 f(x) - m^2 f(m)}{x - m}$ باشد، آهنگ متوسط تغییر تابع $g(x) = x^2 - 5x + \frac{3}{4}$ در بازه $[m, n + 4]$ با آهنگ لحظه ای تغییر تابع در کدام نقطه برابر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۳۷

فرض کنید $f(x+1) = x^2 + 3x^2 + 3x - 1$ باشد، شیب خط مماس بر تابع $g(x) = f^{-1}(x) + f(x-1) - x$ در نقطه ای به طول $x = -1$ واقع بر نمودار g ، کدام است؟

 $-\frac{8}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱)

(سنجش ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)

۳۳۸

تابع $f(x) = (x-2)|x^2 - 4x|$ در نقطه ای به طول مثبت مشتق ناپذیر است. مقدار مشتق راست تابع در آن نقطه کدام است؟

۸ (۴)

-۴ (۳)

۴ (۲)

-۸ (۱)

(قلمچی ۱۴۰۲-۱۴۰۳ - متوسط)